

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Caroline Rheinheimer

**AJUSTE DE CARGA PARA A RESTAURAÇÃO DAS
SOLUÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA VIA MÉTODOS
BASEADOS EM REGIÃO DE CONFIANÇA**

Dissertação submetida ao
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade
Federal de Santa Catarina para a
obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Roberto de
Souza Salgado.

Florianópolis

2012

**Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina**

R469a Rheinheimer, Caroline

Ajuste de carga para a restauração das soluções do fluxo de potência via métodos baseados em região de confiança [dissertação] / Caroline Rheinheimer; orientador, Roberto de Souza Salgado. - Florianópolis, SC, 2012.
108 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia elétrica. 2. Programação quadrática. 3. Redes elétricas. I. Salgado, Roberto de Souza. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU 621.3

Caroline Rheinheimer

**AJUSTE DE CARGA PARA A RESTAURAÇÃO DAS
SOLUÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA VIA MÉTODOS
BASEADOS EM REGIÃO DE CONFIANÇA**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área de concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 12 de Abril de 2012.

Patrick Kuo Peng, Dr.

Coordenador do Programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

Hans Helmut Zürn, Ph.D.

Universidade Federal de Santa Catarina

Antonio Carlos Zambroni de Souza, Ph.D.

Universidade Federal de Itajubá

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço ao meu orientador, Prof. Roberto de Souza Salgado, por toda dedicação, paciência e compreensão. Obrigada por me incentivar nos momentos mais difíceis.

Obrigada aos professores do PPGEEL. Muito obrigada aos que não hesitam em compartilhar o saber de forma incondicional, vocês fazem a diferença no ensino.

Agradeço a CAPES por financiar esta pesquisa.

Aos bons amigos que conquistei no período de créditos: André Albuquerque, Chádía Sebba, Daniel Tenfen, Eduardo Yamao, Guilherme Mazarin, Juliane Almeida, Luiz Verney, Murilo Scuziato; por todo conhecimento compartilhado, pela parceria nas muitas noites de estudo que passamos sem dormir, pela insatisfação em vencer sozinho e a ânsia de vencermos juntos. Também agradeço aos muitos outros amigos de Florianópolis. Vocês foram a minha maior conquista neste período e vou levá-los para toda a vida.

Às minhas irmãs, Fabiane e Vanessa, que mesmo longe sempre estiveram por perto. Obrigada por compartilharem dos bons e maus momentos comigo. E à Gisa, por todo o carinho dedicado.

Ao meu pai, por ser exatamente como é. Por me dar a certeza que não poderia ter um melhor.

Ao meu pai,
motivo de tudo, sempre.
Dedico este trabalho.

“Dias inteiros de calmaria, noites de ardentia, dedos no leme e olhos no horizonte, descobri a alegria de transformar distâncias em tempo. Um tempo em que aprendi a entender as coisas do mar, a conversar com as grandes ondas e não discutir com o mau tempo. A transformar o medo em respeito, o respeito em confiança. Descobri como é bom chegar quando se tem paciência. E para se chegar, onde quer que seja, aprendi que não é preciso dominar a força, mas a razão. É preciso, antes de mais nada, querer.”

(Amyr Klink – Cem dias entre céu e mar)

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**AJUSTE DE CARGA PARA A RESTAURAÇÃO DAS
SOLUÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA VIA MÉTODOS
BASEADOS EM REGIÃO DE CONFIANÇA**

Caroline Rheinheimer

Abril / 2012

Orientador: Roberto de Souza Salgado.

Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras-chave: Corte de carga; Fluxo de potência sem solução; Método de Newton; Região de Confiança; Programação Quadrática Sequencial.

Número de páginas: 108

Este trabalho aborda o estudo e o desenvolvimento de metodologias para a obtenção de soluções corretivas para a restauração das equações da rede elétrica, em casos onde a demanda é excessiva. Para formular analiticamente este problema são utilizadas duas modelagens encontradas na literatura. A primeira é a determinação do ajuste de carga como um problema de mínimos quadrados. A segunda é o cálculo deste ajuste em uma direção previamente definida. Em ambos os casos, a metodologia de solução incorpora o método de Newton e o conceito de região de confiança. Esta inclusão visa garantir tanto quanto possível a determinação de uma solução, desde que esta exista, independente das condições iniciais. Para analisar a eficácia dos algoritmos, simulações computacionais foram realizadas com sistemas do IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras. Nos testes, foram analisadas tanto as características relacionadas à otimização, quanto os aspectos funcionais dos métodos e a qualidade das soluções encontradas.

Abstract of the Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

**LOAD ADJUSTMENT FOR THE RESTORATION OF POWER
FLOW SOLUTIONS USING METHODS BASED ON TRUST
REGION**

Caroline Rheinheimer

Aphril / 2012

Advisor: Roberto de Souza Salgado.

Area: Electrical Power Systems.

Keywords: Load shedding; Unsolvable power flow; Newton optimization method; Trust region; Programming Quadratic Sequential.

Number of pages: 108

This work presents a study and development of methodologies for obtaining corrective solutions for the restoration of the equations from the power flow in cases where the demand is excessive. To formulate analytically this problem, two models from the literature are used: the first model is the load adjustment, which is determined as a problem of least squares. The second model is the calculation of the adjustment on a pre-determined direction. In both cases the solution methodology includes Newton's method and the trust region concept in order to assure the solution determination, as long as that exists, independently of the initial conditions. In order to analyze the effectiveness of the algorithms, computational simulations were conducted with IEEE systems of 14, 30, 57, 118 and 300 buses. Features related to optimization were analyzed regarding the functional aspects of the methods and the quality of the solutions found.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Regiões de solução de um fluxo de potência genérico (Castro, et al., 1997), (Barboza, 2001), (Overbye, 1994).	30
Figura 2 - Sistema exemplo para problema de fluxo de potência sem solução real (Barboza, 2001).	32
Figura 3 - Regiões de solução para o sistema exemplo (Barboza, 2001).	34
Figura 4 - Potência entregue à carga durante uma contingência grave (Hajdu, et al., 1968).	37
Figura 5 – Efeito do raio da RC no sub-problema quadrático (Ruszczynski, 2006).	60
Figura 6 – Construção do passo Δx_k utilizando as parcelas vertical e horizontal (Nocedal et. al., 1999).	65
Figura 7 – Multiplicadores de Lagrange de cada barra, método de MRN, sistema IEEE57.	81
Figura 8 – Desbalanços de potência ativa e reativa nas barras, método de MRN, sistema IEEE57.	82
Figura 9 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MRN, sistema IEEE57.	83
Figura 10 – Multiplicadores de Lagrange de cada barra, método de MCCDE, sistema IEEE57.	84
Figura 11 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE, sistema IEEE57.	85
Figura 12 – Evolução do parâmetro ρ no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE, sistema IEEE57.	85
Figura 13 – Multiplicadores de Lagrange em cada barra, método de MR-RC, sistema IEEE57.	87
Figura 14 – Desbalanços de potência ativa e reativa nas barras, método de MR-RC, sistema IEEE57.	87
Figura 15 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MR-RC, sistema IEEE57.	88
Figura 16 – Valores da redução verdadeira e predita no decorrer do processo iterativo, método de MR-RC, sistema IEEE57.	88
Figura 17 – Comportamento do raio da RC durante o processo iterativo, método de MR-RC, sistema IEEE57.	89
Figura 18 – Multiplicadores de Lagrange de cada barra, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57.	90
Figura 19 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57.	91
Figura 20 – Evolução do parâmetro ρ no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57.	91

Figura 21 – Valores da redução verdadeira e predita no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57..... 92

LISTA DE TABELAS

Tabela I – Dados gerais dos sistemas-teste.	79
Tabela II – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE57.	80
Tabela III – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE14.	93
Tabela IV – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE30.	94
Tabela V – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE118.	95
Tabela VI – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE300.	96

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Cepel	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
EQP	Equality Constrained Quadratic Programming
FO	Função objetivo
FPO	Fluxo de potência ótimo
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
IQP	Inequality Constrained Quadratic Programming
K.K.T.	Karush-Kuhn-Tucker
LTC	Load tap changers
LT	Linha de transmissão
MCCDE	Mínimo corte de carga com direção especificada
MRN	Mínimo resíduo por Newton
MVA	Mega Volt-Ampère
Mvar	Mega Volt-Ampère Reativo
MW	Mega Watt
PL	Programação linear
PQ	Barra de carga
PQS	Programação quadrática seqüencial
p.u.	Por unidade
PV	Barra de geração
RC	Região de confiança

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	23
1.1	TRABALHO PROPOSTO.....	24
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	25
2	PROBLEMA DE CORTE DE CARGA.....	27
2.1	FLUXO DE POTÊNCIA SEM SOLUÇÃO REAL.....	29
2.1.1	Exemplo de Um Problema de Fluxo de Potência Sem Solução Real.....	31
2.2	METODOLOGIAS UTILIZADAS PARA DETERMINAÇÃO DO CORTE DE CARGA	34
2.2.1	Métodos Baseados em Fluxo de Carga	34
2.2.2	Métodos Baseados em Fluxo de Potência Ótimo	37
2.3	METODOLOGIAS TRADICIONAIS PARA O MÍNIMO CORTE DE CARGA	40
2.3.1	Método do Gradiente Reduzido	41
2.3.2	Método de Newton.....	42
2.3.3	Método de Pontos Interiores.....	43
2.3.4	Métodos Baseados em Programação Quadrática Sequencial	48
2.4	CONCLUSÕES.....	49
3	TRABALHO PROPOSTO.....	51
3.1	SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE MÍNIMOS RESÍDUOS E DIREÇÃO ESPECIFICADA	51
3.1.1	Mínimo Resíduo por Newton	52
3.1.2	Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada	54
3.2	O CONCEITO DE REGIÃO DE CONFIANÇA	56
3.2.1	Inclusão da Restrição de Desigualdade	58
3.2.2	Solução do Problema Utilizando RC.....	60
3.2.3	Solução pelo Método de Byrd e Omojokun	62
3.2.3.1	Sub-problema Vertical	62
3.2.3.2	Sub-problema Horizontal	63
3.2.4	Função de Mérito	66
3.2.5	Ajuste do Raio da Região de Confiança.....	67
3.3	APLICAÇÕES DO MÉTODO DE REGIÃO DE CONFIANÇA	69
3.4	APLICAÇÕES PROPOSTAS	70
3.4.1	O problema de Otimizar o Parâmetro ρ Utilizando RC.	70

3.4.2	Tratamento das Restrições de Desigualdade (Potência Reativa Gerada)	73
3.4.3	Iterações de Gauss-Newton	73
3.4.4	Transformações Ortogonais.....	74
3.4.5	Vantagens e Desvantagens	76
3.4.6	Indicadores de Desempenho para Problema de Mínimo Corte de Carga.....	77
3.5	CONCLUSÕES.....	77
4	RESULTADOS NUMÉRICOS.....	79
4.1	CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS SISTEMAS-TESTE.....	79
4.2	ANÁLISE DOS RESULTADOS SOB O PONTO DE VISTA DA OTIMIZAÇÃO	80
4.2.1	Mínimos Resíduos por Newton	80
4.2.2	Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada	83
4.2.3	Mínimos Resíduos por Região de Confiança	86
4.2.4	Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada por Região de Confiança.....	89
4.3	ANÁLISE FUNCIONAL DOS RESULTADOS	92
4.3.1	Sistema-teste IEEE14	93
4.3.2	Sistema-teste IEEE30	94
4.3.3	Sistema-teste IEEE118	95
4.3.4	Sistema-teste IEEE300	95
4.4	CONCLUSÕES.....	96
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	97
5.1	CONCLUSÕES.....	97
5.2	SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS	99
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	101
	ANEXO A – ALGORITMO DO MÉTODO DE REGIÃO DE CONFIANÇA UTILIZANDO $JZ=0$	105
	ANEXO B – ALGORITMO DO MÉTODO DE REGIÃO DE CONFIANÇA UTILIZANDO TRANSFORMAÇÕES ORTOGONAIS.....	107

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de transmissão e/ou distribuição de energia elétrica estão sujeitos a diversos fatores técnicos e ambientais, os quais têm influência sobre o seu funcionamento, determinando as condições de fornecimento de energia. Algumas situações de contingência, como a indisponibilidade de circuitos de transmissão, transformadores ou unidades geradoras, podem resultar na limitação do suprimento de energia elétrica em determinados sistemas. Em situações como esta, o restante do sistema pode ficar sobrecarregado, infringindo os limites operacionais de segurança, o que matematicamente pode implicar na inexistência de solução para as equações do fluxo de potência equivalentes à rede elétrica em questão.

Em situações adversas, como a de sobrecarga, torna-se necessária a realização de medidas corretivas, com intuito de forçar o sistema a atender aos critérios de segurança pré-estabelecidos. Estas medidas podem ser baseadas em ajuste dos controles do sistema, o que consiste no redespacho de unidades geradoras, remanejamento de carga, abertura de barramentos, chaveamentos de capacitores e/ou reatores, ajuste de taps de transformadores, dentre outras. No entanto, a utilização destas medidas baseadas em ajustes de controles pode não ser suficiente para que o sistema volte a satisfazer as condições operacionais, havendo necessidade de realização de cortes de cargas.

Geralmente os estudos de corte de carga são realizados utilizando-se de simulações em programas tradicionais de fluxo de potência, sendo que a escolha das cargas a serem cortadas é feita conforme a experiência do analista que efetua o estudo. Assim, muitas vezes o corte de carga não é realizado da maneira mais eficiente, ou seja, uma carga maior que aquela necessária é desligada do sistema para que o mesmo volte a operar seguramente. Neste caso, o ideal seria a realização de simulações através de um programa de fluxo de potência ótimo, com intuito de encontrar a mínima carga a ser desconectada para que ocorra o restabelecimento do sistema.

Conforme Mostafa, et al. (1997), o problema de mínimo corte de carga pode ser definido como a coordenação de ações de controle, as quais levam o sistema a um ponto de operação seguro, atendendo os limites que estão sendo violados, com a mínima necessidade de interrupção de carga. Sabendo-se que os programas de fluxo de potência ótimo tradicionais utilizam processos iterativos para resolução dos problemas e, como o suprimento da demanda sob condições operacionais é inviável neste caso (a demanda do sistema é maior que a

capacidade de geração e/ou transmissão), a matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas tem posto incompleto e, conseqüentemente, ao menos um dos multiplicadores de Lagrange tende ao infinito (Moyano, et al., 2006). Assim, modelagens alternativas contendo artifícios matemáticos devem ser utilizadas para que o cálculo do fluxo de potência ótimo de mínimo corte de carga se torne viável.

Geralmente, para a resolução deste problema, abordagens como variações do método de Newton e Pontos Interiores são amplamente utilizadas, apresentando bons resultados para alguns casos. No entanto, estas modelagens nem sempre apresentam grande robustez numérica ou garantia de convergência, independente das condições em que a rede se encontra no início do processo iterativo, resultando em métodos pouco confiáveis, tornando interessante o estudo de metodologias que contornem estas dificuldades.

1.1 TRABALHO PROPOSTO

Tendo conhecimento dos eventos aos quais os sistemas de potência estão sujeitos, e que em muitas situações estes podem acarretar a necessidade do corte de carga, é interessante que este tipo de ajuste seja realizado utilizando como base um algoritmo de otimização.

Com o intuito de contornar os possíveis problemas de convergência encontrados pelos métodos de busca linear, como Newton e Pontos Interiores, o presente trabalho propõe a resolução do problema de corte de carga utilizando o conceito de Região de Confiança (RC).

A incorporação de técnicas de busca baseadas na Região de Confiança aos problemas de fluxo de potência ótimo – neste caso, visando minimizar a carga cortada – se torna atrativa devido ao seu nível de robustez mais elevado. Os métodos baseados no conceito de Região de Confiança consistem na inclusão de uma restrição de desigualdade ao sub-problema original, a qual apresenta a função de delimitar uma área de busca a ser ajustada ao longo do processo iterativo, direcionando adequadamente a magnitude do passo para a solução ótima.

Desta forma, este trabalho propõe o estudo dos métodos de Newton e Região de Confiança, em programas de fluxo de potência ótimo desenvolvidos com intuito de minimizar a carga a ser suprimida das redes elétricas em casos de contingência. Para tal, duas formulações são utilizadas: Mínimos Resíduos e Direção Especificada.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação é organizada em cinco capítulos. O capítulo presente consiste em uma breve introdução ao assunto abordado, e os demais capítulos são detalhados a seguir.

O Capítulo 2 consiste em uma revisão bibliográfica dos trabalhos encontrados na literatura envolvendo problemas de corte de carga, objetivando fundamentar o trabalho a ser desenvolvido. Nesta etapa, são debatidos os principais problemas que acarretam na necessidade do corte de carga em determinados sistemas, bem como as metodologias atualmente utilizadas para contornar esta situação. Para tal, são citados trabalhos desenvolvidos nos últimos anos, baseados em fluxo de carga convencional, bem como em fluxo de potência ótimo, e são apresentadas algumas modelagens resumidas dos mesmos. Um breve resumo das principais técnicas clássicas de programação para os problemas de otimização é apresentado, uma vez que as mesmas podem ser aplicadas na solução de problemas de corte de carga.

No Capítulo 3 são introduzidas definições e os conceitos básicos necessários para compreender os modelos e as técnicas de solução de problemas de corte de carga através das metodologias convencionais (mínimo resíduo por Newton e mínimo corte de carga com direção especificada), bem como o conceito de região de confiança. São apresentadas as formulações relativas à implementação dos programas para a solução do problema, sendo incorporado o conceito de região de confiança aos problemas de mínimo resíduo e de direção especificada.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados em simulações numéricas realizadas com os sistemas-teste do IEEE de 14, 30, 57, 118 e 300 barras. A demanda desses sistemas é especificada inicialmente num valor excessivo, de forma que as equações de fluxo de potência não apresentem solução real, conduzindo a necessidade de corte de carga. Várias condições são consideradas nos testes, com o objetivo de validar a eficiência e a robustez do modelo e da técnica de solução proposta.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões obtidas com a realização do trabalho, bem como são discutidas as contribuições do mesmo. Por fim, são apresentadas propostas de estudos que poderão ser realizados como continuação deste.

2 PROBLEMA DE CORTE DE CARGA

Nos últimos anos, os sistemas de geração e transmissão de energia que compõem o setor elétrico Brasileiro, têm sido obrigados a operar relativamente próximos a seus limites de segurança, devido a diversos fatores funcionais, como (Barboza, 2001):

- Aumento desordenado das cargas ativas e reativas do sistema;
- Falta de investimentos por parte das concessionárias de energia na ampliação e manutenção das redes;
- Problemas ambientais decorrentes da construção de novas unidades geradoras;
- Tempo exigido para o planejamento e execução de melhorias no sistema;
- Busca de lucros cada vez maiores por parte das concessionárias ou órgãos responsáveis pelos sistemas.

Estes fatores exigem um maior controle dos sistemas para que, tanto os limites operacionais, quanto os limites de carregamento não sejam violados. No caso da extrapolação dos limites de geração e/ou transmissão de energia, as principais causas são o aumento abrupto e aleatório das demandas de potência ativa e reativa nas barras do sistema, ou a ocorrência de alguma contingência (Barboza, 2001).

Sabendo-se que o perfil de tensão nas barras do sistema é fortemente associado à demanda nas mesmas, um rápido aumento nas demandas ativa e reativa pode acarretar em um colapso de tensão (Tamura, et al., 1983), impossibilitando a determinação de um ponto de operação viável na curva PV (potência ativa versus tensão) do sistema. Isto se deve à falta de suporte de potência reativa durante o crescimento de carga, levando o sistema a uma condição crítica (Barboza, 2001).

Nestas situações ocorre a inexistência de solução para as equações de fluxo de potência da rede elétrica. Assim, algumas cargas devem ser desconectadas do sistema para que o mesmo possa voltar a operar dentro dos limites de segurança, até que a situação de contingência seja revertida. A determinação das cargas a serem cortadas pode ser feita utilizando-se de diversas estratégias, as quais são divididas basicamente em métodos baseados em fluxo de carga, e métodos baseados em fluxo de potência ótimo (Dias, 2007).

O processo de fluxo de carga convencional tem por objetivo determinar as magnitudes e os ângulos das tensões nas barras do sistema, a partir dos quais outras quantidades podem ser calculadas. As

equações envolvidas neste processo são não lineares e admitem diversas soluções.

Conforme Iwamoto, et al. (1981), os estudos de cálculo de fluxo de carga começaram em 1956, e atualmente o método de Newton-Raphson continua sendo largamente utilizado. Existe um interesse muito grande em métodos que apresentem solução para sistemas mal condicionados, como o caso do problema de carga excessiva. Estas abordagens incorporam alterações nos algoritmos, como a inclusão de um fator de amortecimento ou controle de passo, com intuito de aumentar a robustez numérica do método (Dias, 2007). No entanto, o principal problema apresentando pelos métodos de fluxo de carga é que algumas soluções não têm viabilidade prática (Iwamoto, et al., 1981).

Por outro lado, o fluxo de potência ótimo visa otimizar o estado da operação de determinado sistema de potência em regime permanente, podendo inclusive ser calculado a partir de uma solução do fluxo de potência convencional para um caso base. A solução do fluxo de potência ótimo é obtida através de uma função objetivo a ser otimizada, sem que haja a violação das restrições de carga (ou seja, o balanço de potência representado pelas equações da rede), de operação (limites físicos dos equipamentos de geração de potência ativa e reativa e de magnitude das tensões) e outros tipos de restrições porventura desejados (como, por exemplo, o limite de fluxo de potência nas linhas de transmissão). O fluxo de potência ótimo apresenta diversas aplicações, dentre elas:

- Planejamento da operação, buscando minimização do custo de geração, controle de intercâmbio, redução de fluxo de potência reativa e perdas de potência ativa nas LTs;
- Operação em tempo real com utilização do FPO como ferramenta de tomada de decisão, onde se podem determinar soluções corretivas e saídas forçadas de linhas de transmissão;
- Estudo de instabilidade de tensão, determinando máxima demanda e mínimo corte de carga;
- Determinação de custos diversos;
- Determinação de despacho de segurança;
- Melhoria do perfil de tensão através do ajuste ótimo de taps de transformadores, chaveamento de capacitores e compensadores estáticos de potência.

No decorrer deste capítulo serão apresentados alguns dos métodos mais utilizados para a resolução de problemas de corte de carga e suas principais peculiaridades.

2.1 FLUXO DE POTÊNCIA SEM SOLUÇÃO REAL

Em algumas situações, dificuldades nos métodos tradicionais de resolução do fluxo de potência podem ser encontradas, possivelmente causando problemas na convergência do processo iterativo. Alguns destes problemas são citados por Castro, et al. (1997):

- Existência de diversas soluções para a rede;
- As chamadas redes mal-condicionadas que, apesar de possuírem um ponto de operação factível, este acaba não sendo encontrado através do método iterativo devido a dificuldades numéricas;
- Redes que podem tornar-se mal-condicionadas devido ao crescimento da carga. Geralmente este fato ocorre devido ao crescimento da demanda ativa e/ou reativa, não acompanhado pela ampliação do sistema de geração e/ou transmissão, resultando na operação da rede em condições próximas ao seu limite. Desta forma, as condições de operação do sistema passam a ser severas, apresentando instabilidade de tensão, podendo resultar em colapsos;
- Inexistência de um ponto de operação factível para a rede. Isto pode ocorrer devido ao crescimento excessivo da carga do sistema, extrapolando seus limites operativos, como no caso de uma contingência.

A Figura 1 apresenta as regiões de solução de um fluxo de potência genérico, com intuito de ilustrar a diferença entre um ponto de operação viável e um ponto operacional. As três regiões, descritas em Overbye (1994), são definidas no espaço paramétrico multidimensional, sendo que os parâmetros podem ser: demandas de potência ativa e reativa; injeções de potência ativa; magnitudes de tensões pré-especificadas; níveis de potência ativa de intercâmbio; etc.

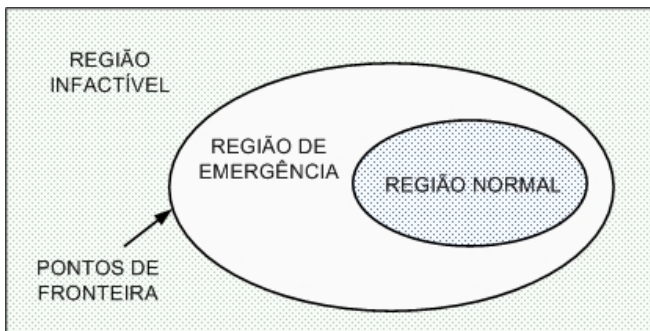


Figura 1 - Regiões de solução de um fluxo de potência genérico (Castro, et al., 1997), (Barboza, 2001), (Overbye, 1994).

Basicamente, o fluxo de potência pode apresentar ou não solução. A região onde as equações do fluxo de potência têm solução é dividida em duas outras regiões: normal e de emergência. A região infatível é aquela onde existe a impossibilidade de encontrar solução para as equações da rede. Já o perímetro que separa as duas regiões, factível e infatível, é chamado de fronteira. As peculiaridades destas regiões são descritas a seguir:

- **Região Normal:** É nesta região em que se deseja operar o sistema. Esta apresenta pontos de operação nos quais as equações da rede elétrica apresentam soluções reais, não havendo violação dos limites de operação e dos equipamentos.
- **Região de Emergência:** Esta região apresenta pontos de operação nos quais as equações da rede elétrica têm soluções reais, no entanto, ocorre uma ou mais violações dos limites operacionais e/ou dos equipamentos. Desta forma, obtendo-se uma solução nesta região, o sistema poderá operar na mesma por um tempo limitado, e medidas corretivas devem ser tomadas para que, em seguida, o sistema volte a operar na região normal.
- **Região Infatível:** Representa pontos no espaço de parâmetros onde a operação não é possível, ou seja, não existem soluções para as equações de fluxo de potência. Qualquer tentativa de operar o sistema nesta região pode acarretar em instabilidade ou mesmo colapsos de tensão. Desta forma, é necessária a utilização de artifícios que

possibilitem a restauração das soluções para as equações da rede.

- **Pontos de Fronteira:** Consistem no perímetro que separa a região factível da região infactível, onde as equações estáticas do fluxo de potência apresentam uma única solução, e a matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional se torna singular. Estes pontos de fronteira são utilizados em estudos de limite de estabilidade de tensão, determinando o máximo carregamento do sistema.

O crescimento abrupto da carga de um sistema geralmente pode resultar em situações de contingência, como por exemplo, a indisponibilidades de circuitos de transmissão, transformadores ou unidades geradoras. Em situações como esta, o restante do sistema pode ficar sobrecarregado, infringindo limites operacionais e até mesmo resultando na ausência de soluções para as equações do fluxo de potência.

Conforme Moyano, et al. (2006), quando o suprimento da demanda sob condições operacionais é inviável, a matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas tem posto incompleto e, conseqüentemente, pelo menos um dos multiplicadores de Lagrange tende ao infinito.

Em situações de sobrecargas, existe a necessidade da realização de medidas corretivas, forçando o sistema a atender aos critérios de segurança pré-estabelecidos, voltando a operar ao menos na região de emergência. Dentre estas medidas estão o redespacho de unidades geradoras, remanejamento de carga, desligamentos de circuitos, abertura de barramentos, chaveamentos de capacitores e/ou reatores, ajuste de taps de transformadores, dentre outras.

No entanto, em casos onde estas medidas corretivas não são suficientes, existe a necessidade do corte de carga. Para a realização deste, diversos métodos são utilizados, sendo que alguns serão apresentados nas subseções seguintes.

2.1.1 Exemplo de Um Problema de Fluxo de Potência Sem Solução Real

Para exemplificar os problemas de fluxo de potência onde as equações estáticas do sistema passam a não ter solução real, devido à ocorrência de uma demanda maior que a capacidade de suprimento do

mesmo, um problema de fluxo de carga relativamente simples, transcrito de Barboza (2001), é apresentado a seguir.

A Figura 2 consiste em um sistema composto por duas barras interligadas por uma linha de transmissão com reatância série igual a $1,0$ pu. A barra 1 é classificada como barra de referência, com tensão igual a $1,0\angle 0^\circ$ pu, onde está alocada a única fonte geradora. A barra 2 é classificada como uma barra de carga, com demanda ativa P_{d_2} e reativa Q_{d_2} . A potência de base utilizada para exemplificação é de 100 MVA.

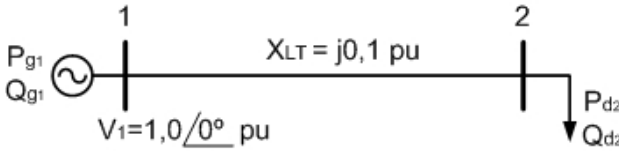


Figura 2 - Sistema exemplo para problema de fluxo de potência sem solução real (Barboza, 2001).

Desta forma, as equações estáticas do fluxo de potência podem ser escritas como:

$$\Delta P_2 = 10V_2 \sin \delta_2 + P_{d_2} \quad (2.1)$$

$$\Delta Q_2 = 10V_2^2 - 10V_2 \cos \delta_2 + Q_{d_2} \quad (2.2)$$

Igualando ΔP_2 e ΔQ_2 a zero, o ponto de operação da rede (V_2 e δ_2) deve satisfazer ambas as Equações não-lineares (2.3) e (2.4).

$$\Delta P_2 = 10V_2 \sin \delta_2 + P_{d_2} = 0 \quad (2.3)$$

$$\Delta Q_2 = 10V_2^2 - 10V_2 \cos \delta_2 + Q_{d_2} = 0 \quad (2.4)$$

Assim, uma relação referente à demanda ativa do sistema é obtida com o seguinte formato:

$$V_2 \sin \delta_2 = -0,1P_{d_2} \quad (2.5)$$

Neste problema, a análise da matriz Jacobiana, representada por J na Equação (2.6), é de grande importância, pois a mesma determina quando as equações da rede elétrica deixam de apresentar solução real. Assim, o limite de operação do sistema é caracterizado pelos pontos onde a matriz Jacobiana é singular, ou seja, apresenta determinante nulo ($\det(J) = 0$). Nesta situação, a Equação (2.7) é obtida.

$$J = \begin{bmatrix} 10V_2 \cos \delta_2 & 10 \text{sen} \delta_2 \\ 10V_2 \text{sen} \delta_2 & 20V_2 - 10 \cos \delta_2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$V_2 \cos \delta_2 = 0,5 \quad (2.7)$$

Relacionando as Equações (2.5) e (2.7), tem-se que:

$$V_2^2 = 0,01P_{d_2}^2 + 0,05 \quad (2.8)$$

A equação que limita a região onde as equações de fluxo de potência deixam de apresentar solução real é obtida substituindo as Equações (2.7) e (2.8) na Equação (2.4). A expressão resultante (Equação (2.9)) define a superfície Σ apresentada na Figura 3.

$$\frac{P_{d_2}^2}{10} + Q_{d_2} - 2,5 = 0 \quad (2.9)$$

A Figura 3 ilustra as regiões onde as equações de fluxo de carga apresentam ou não solução. Dependendo dos valores atribuídos às demandas P_{d_2} e Q_{d_2} , três situações representadas pelos pontos A, B e C podem ocorrer. No ponto A, localizado abaixo da superfície Σ , o conjunto de equações de fluxo de carga apresenta duas soluções. No ponto B, localizado sobre a superfície Σ , existe apenas uma solução para as equações do fluxo de carga, sendo este o ponto onde a matriz Jacobiana se torna singular. No ponto C, localizado acima da superfície Σ , não existe solução para as equações da rede elétrica, ou seja, as demandas P_{d_2} e Q_{d_2} extrapolam os limites do sistema, havendo a necessidade de um estudo de corte de carga.

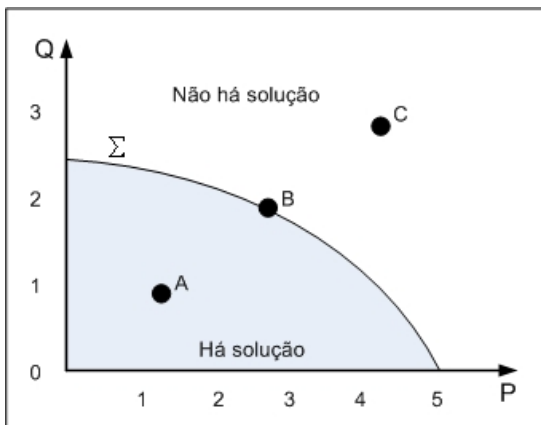


Figura 3 - Regiões de solução para o sistema exemplo (Barboza, 2001).

2.2 METODOLOGIAS UTILIZADAS PARA DETERMINAÇÃO DO CORTE DE CARGA

As metodologias utilizadas por diversos autores para a determinação da carga a ser desconectada do sistema apresentam características distintas, existindo abordagens relativamente simples e, algumas vezes não muito eficientes (como as baseadas em heurísticas), ou métodos baseados em otimização, contendo artifícios matemáticos que tornam o processo complexo e relativamente confiável.

A seguir serão apresentadas algumas das principais metodologias abordadas pela literatura, baseadas em conceitos de fluxo de potência convencional e fluxo de potência ótimo, utilizadas na resolução do problema de corte de carga.

2.2.1 Métodos Baseados em Fluxo de Carga

Sistema Especialista Baseado em Heurística

A metodologia apresentada em Shah, et al. (1989) propõe a determinação da quantidade e a identificação das cargas que devem ser suprimidas, através de regras baseadas em heurística. Um conjunto de regras bastante objetivas é aplicado a um problema de fluxo de potência, facilitando a implementação desta metodologia e a tomada de decisão do operador em tempo real (Dias, 2007).

Os autores propõem um sistema especialista que selecione um conjunto de dados relevantes para uma determinada situação, considerando somente os parâmetros que são afetados pela contingência. Isto evita cálculos desnecessários e torna o processo decisório mais rápido. São utilizadas 11 regras baseadas em heurística para tomada de decisão e, apesar da obtenção de uma solução para o problema, a aplicação dessa técnica deixa a desejar em termos de eficiência.

Método do Autovetor à Esquerda

A metodologia proposta por Overbye (1994) é baseada em um fluxo de potência convencional, formulado em coordenadas retangulares. O objetivo é determinar ações corretivas para a resolução do problema de corte de carga, partindo de uma primeira solução para as equações da rede.

Considerando novamente a Figura 3, onde são apresentados os pontos A (onde existem duas soluções), B (onde existe apenas uma solução, sobre a superfície Σ) e C (onde não há solução), a metodologia proposta por Overbye quantifica a dificuldade de obtenção de uma solução, utilizando a menor distância entre o ponto especificado, onde as equações de fluxo de carga não apresentam solução, e a superfície Σ . Para tal, é definida uma função custo $F(x)$ pela Equação (2.10), a qual sempre apresenta valor maior que zero para todo x , e valor igual a zero quando existe solução para o fluxo de potência.

$$F(x) = \frac{1}{2} [f(x) - S]^T [f(x) - S] \quad (2.10)$$

onde:

- $F(x)$ é a função custo;
- $f(x)$ é o vetor das equações de potência ativa e reativa;
- S é o vetor de injeções especificadas de potência ativa e reativa.

Para os casos onde não há solução para as equações de fluxo de potência, define-se x^m como o menor valor de x para a função custo $F(x)$, e considera-se x^m como uma solução possível para as equações de fluxo de potência. Define-se $S^m = f(x^m)$ como o ponto no espaço paramétrico correspondente a x^m . Assim, algumas informações sobre

x^m e S^m podem ser utilizadas para que sejam definidas as modificações necessárias de forma que se obtenha uma solução convergente para o fluxo de potência, baseando-se nas observações citadas a seguir.

- Analisando as condições de Karush-Kuhn-Tucker, para que x^m seja mínimo de (2.10), necessariamente $\nabla F(x^m) = 0$, ou seja:

$$\nabla F(x^m) = \left[f(x^m) - S \right]^T J(x^m) = 0 \quad (2.11)$$

Como $\left[f(x^m) - S \right]$ é diferente de zero, necessariamente $J(x^m) = 0$, ou seja, o Jacobiano da equação de fluxo de potência em x^m é singular.

- Como se supõe que x^m é um mínimo da função custo, e tendo deduzido que S^m é um ponto sobre a superfície Σ , então se conclui que o ponto mais próximo de S , sobre a superfície Σ (usando uma norma Euclidiana), é $S^m = f(x^m)$.
- A direção ótima para restaurar a solvibilidade das equações de fluxo de potência no espaço paramétrico é dada por $\left[S - S^m \right]$. Chega-se a esta conclusão observando que, no ponto x^m , as diferenças $\left[S^m - S \right]$ são os desbalanços de potência ativa e reativa em cada barra. Desta forma, o sistema pode ser levado a operar na superfície Σ se as injeções forem modificadas para que todos os desbalanços de potência sejam iguais a zero.

Com estas constatações, observando que, na Equação (2.11), o termo $\left[S^m - S \right]$ é o autovetor à esquerda w^m correspondente ao autovalor nulo da matriz Jacobiana, conclui-se que a inclusão de um autovetor que anule a matriz Jacobiana leva à restauração da solvibilidade das equações de fluxo de potência, verificando-se a viabilidade da aplicação do método proposto pelos autores.

2.2.2 Métodos Baseados em Fluxo de Potência Ótimo

Método de Newton-Raphson com condições de K.K.T.

Segundo Hajdu, et al. (1968), uma das funções importantes da operação de um sistema de potência é controlar o mesmo durante condições de emergência para evitar a deterioração dos demais elementos que o compõem.

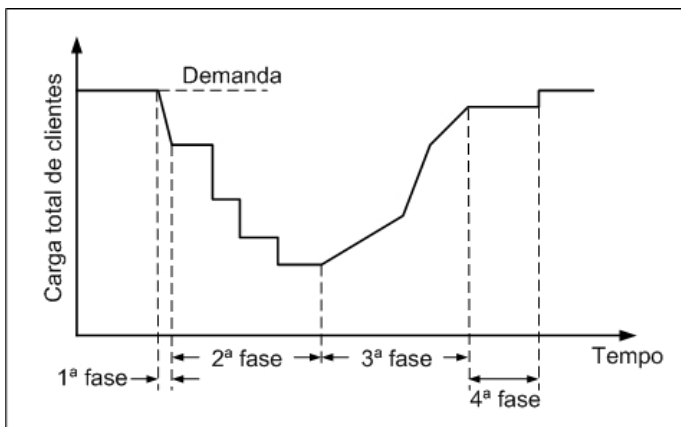


Figura 4 - Potência entregue à carga durante uma contingência grave (Hajdu, et al., 1968).

Para tal, o trabalho desenvolvido por Hajdu, et al. (1968) apresenta a Figura 4, a qual descreve uma situação de contingência (que pode ser a falta de um importante gerador ou uma linha de transmissão). Os eventos após a ocorrência desta falha são divididos em quatro fases, as quais são descritas pelos autores da seguinte forma:

- 1ª fase: falha do equipamento. As proteções de alta velocidade isolam a falha, desconectando a carga anteriormente suprida por este equipamento. Esta fase apresenta um período de duração extremamente curto, de aproximadamente 0,1 segundo.
- 2ª fase: uma nova deterioração do serviço pode ser causada pela ação lenta da proteção, ou devido à perda de sincronismo entre os vários grupos geradores. A duração desta fase pode ser de alguns segundos a vários minutos.
- 3ª fase: começo da restituição do sistema. Os geradores operantes e reservas passam à potência total e os

intercâmbios dos sistemas adjacentes são aumentados; equipamentos saudáveis e parte do sistema desconectado durante a 2ª fase são re-conectados. Uma redistribuição de cargas é feita de modo a suprir a maior demanda possível.

- 4ª fase: o equipamento falho é reparado e reconectado ao sistema.

O controle de emergência a ser gerado de forma computadorizada deve visar à minimização da deterioração do sistema durante a segunda fase da falta e maximizar taxa de restabelecimento do serviço durante a terceira fase. É neste período que a metodologia proposta pelos autores deve ser aplicada, com intuito de evitar um colapso completo devido à falta de potência a ser fornecida ao sistema.

Desta forma, Hajdu, et al. (1968) propõem neste trabalho uma metodologia para minimização do corte de carga baseada no algoritmo de Newton-Raphson, utilizando as condições de otimalidade de K.K.T. A minimização do corte de carga é realizada em cada uma das barras, sendo definidas prioridades nas mesmas. Neste problema, as potências ativas e reativas são consideradas independentes das tensões nas barras, e a potência reativa do sistema e as perdas não são consideradas na modelagem do problema (Dias, 2007).

Programação Linear utilizando análise de sensibilidade

Subramanian (1971) propõe uma metodologia para resolução do problema de mínimo corte de carga que utiliza programação linear, combinada com uma análise de sensibilidade, desconsiderando os limites operacionais dos equipamentos (Dias, 2007).

Em casos onde as cargas a serem desconectadas do sistema são relativamente pequenas, o modelo de sensibilidade é utilizado juntamente com um algoritmo de programação linear. Por outro lado, quando uma solução aproximada é suficiente, o modelo de programação linear desenvolvido utiliza a substituição das equações não-lineares por um conjunto de equações lineares, obtido através de variáveis tais como as correntes a serem suprimidas, ao invés das cargas a serem cortadas (Subramanian, 1971).

Redespacho de Geradores

O método proposto por Chan, et al. (1979) consiste na penalização tanto do redespacho de geradores quanto do corte de carga a cada iteração. Para tal, o problema não-linear é linearizado em torno de um ponto de operação onde as soluções do fluxo de potência são otimizadas utilizando programação linear (Dias, 2007).

A referida metodologia consiste em um conjunto de ações de controle que remove todas as violações de restrição, como tensões anormais e sobrecargas nas linhas, através de um mínimo corte de carga. O problema não-linear é aproximado por um modelo de sensibilidade, o qual leva em consideração: as injeções ativas e reativas; os ângulos e magnitudes das tensões; a sensibilidade entre as cargas e as magnitudes das tensões. A formulação é aplicável em situações de emergência em tempo real e estudos de operação futura (Chan, et al., 1979).

Método de Pontos Interiores primal-dual

Granville, et al. (1996) propõem a minimização do corte de carga através do método de pontos interiores primal-dual. Para tal, o fator de potência é considerado constante (Dias, 2007). O conjunto de ações de controle levado em conta no algoritmo proposto inclui o redespacho de potência ativa dos geradores, o ajuste de tensão dos geradores, a variação no tap dos transformadores e, como último recurso, o corte de carga.

A metodologia proposta é utilizada no pacote computacional Flupot, desenvolvido pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (Cepel). Um maior detalhamento do método de Pontos Interiores utilizado por Granville, et al. (1996) é apresentado na subseção 2.3.3.

Lagrangeano Aumentado com Mínimos Quadrados de potência excedente

A metodologia para resolução do problema de mínimo corte de carga proposta por Mostafa, et al. (1997) utiliza o método do Lagrangeano Aumentado e minimiza o somatório dos quadrados das diferenças entre as cargas e a geração (Dias, 2007). As potências (ativa e reativa) geradas são tratadas como variáveis dependentes, modeladas em função das tensões nas barras.

Um ponto interessante referente à função objetivo (F) da formulação apresentada em Mostafa, et al. (1997) é que cada carga apresenta um parâmetro relacionado à sua prioridade na operação do sistema, conforme mostra a Equação (2.12).

$$F = \sum_{i=1}^N \left[\alpha_i (P_{d_i} - \bar{P}_{d_i})^2 + \beta_i (Q_{d_i} - \bar{Q}_{d_i})^2 \right] \quad (2.12)$$

onde:

- \bar{P}_{d_i} e \bar{Q}_{d_i} são as cargas ativas e reativas conectadas a cada barra do sistema;
- P_{d_i} e Q_{d_i} são as potências ativas e reativas de suprimento disponíveis em cada barra do sistema;
- α_i e β_i são parâmetros de prioridade de cada carga do sistema.

Desta forma, atribuindo diversos valores a α_i e β_i possibilita realizar o corte de carga de forma ponderada, preservando possíveis áreas do sistema que contenham cargas prioritárias, e evitando que as mesmas sejam desconectadas total ou parcialmente do sistema em caso de contingências.

Método de Pontos Interiores primal-dual modificado

A metodologia proposta por Barboza, et al. (2001) é chamada de Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada, e utiliza uma variação do algoritmo de pontos interiores primal-dual. A direção de busca é determinada pelas parcelas ΔP_d e ΔQ_d de cada barra, as quais são multiplicadas pelo parâmetro γ a ser minimizado.

Nesta modelagem, os vetores ΔP_d e ΔQ_d devem ser fornecidos pelo usuário. Nas barras de geração, a direção de variação da demanda é considerada nula, indicando que a carga da barra correspondente é localmente suprida.

2.3 METODOLOGIAS TRADICIONAIS PARA O MÍNIMO CORTE DE CARGA

Existem diversas maneiras de se resolver o problema de mínimo corte de carga, sendo que a escolha do método mais adequado para cada caso deve ser feita levando em consideração diversos fatores, tais como a robustez numérica, o tempo de processamento, dentre outros.

A seguir, serão apresentadas algumas metodologias tradicionais utilizadas na otimização de soluções do fluxo de potência, as quais podem ser aplicadas ao problema de mínimo corte de carga.

2.3.1 Método do Gradiente Reduzido

O Método do Gradiente Reduzido, também conhecido como Método da Descida mais Íngreme foi proposto inicialmente em 1968 por Dommel, et al. (1968). Este consiste na utilização do negativo do vetor gradiente como direção de busca, para resolução do problema de FPO. Exceto quando o vetor gradiente é nulo, esta direção de busca é claramente uma direção de redução da função objetivo.

Uma das principais características deste método é que as variáveis do problema são divididas em dois tipos: variáveis independentes, ou também chamadas variáveis de controle (gerações, tensões em barras PV, taps de transformadores, capacitores e reatores shunts, dentre outras); e variáveis dependentes, ou também chamadas variáveis de estado (tensões nas barras PQ e ângulos das tensões) (Amorim, 2006).

A solução deste problema de otimização requer a determinação da função Lagrangeana, com as restrições de igualdade manipuladas através dos multiplicadores de Lagrange, e as restrições de desigualdade tratadas com o auxílio de funções de penalidade ou relações de sensibilidade.

$$L(u, x, \lambda) = f(u, x) + \lambda^T g(u, x) + \omega(u, x) \quad (2.13)$$

onde:

- $\omega(u, x)$ é o vetor das funções de penalidade;
- u e x são os vetores das variáveis de controle e dependentes, respectivamente.

As condições de otimalidade, apresentadas na Equação (2.14), devem ser satisfeitas para que o valor mínimo da função expressa pela Equação (2.13) seja obtido. Como estas equações são não lineares, elas devem ser resolvidas através de um processo iterativo.

$$\nabla L_x = \left[\frac{\partial f(u, x)}{\partial x} + \frac{\partial \omega(u, x)}{\partial x} \right] + \frac{\partial g^T(u, x)}{\partial x} \lambda = 0 \quad (2.14a)$$

$$\nabla L_u = \left[\frac{\partial f(u, x)}{\partial u} + \frac{\partial \omega(u, x)}{\partial u} \right] + \frac{\partial g^T(u, x)}{\partial u} \lambda = 0 \quad (2.14b)$$

$$\nabla L_\lambda = g(u, x) = 0 \quad (2.14c)$$

Na aplicação deste método para a resolução de um fluxo de potência ótimo, a Equação (2.14a) representa as equações do fluxo de potência convencional, e as Equações (2.14b) e (2.14c) estão relacionadas aos multiplicadores de Lagrange, os quais podem ser calculados utilizando a Equação (2.15).

$$\lambda = \left(\frac{\partial g^T(u, x)}{\partial x} \right)^{-1} \left[\frac{\partial f(u, x)}{\partial x} + \frac{\partial \omega(u, x)}{\partial x} \right] \quad (2.15)$$

Analisando as condições de otimalidade, verifica-se que a Equação (2.14) corresponde ao vetor gradiente da função objetivo do problema sem restrições, podendo ser chamado de Gradiente Reduzido por ser expresso em função de um conjunto limitado de variáveis do sistema elétrico. Utilizando-se da direção do negativo deste vetor gradiente, um fator de passo α deve ser calculado de forma a resultar no maior decréscimo da função objetivo, repetindo-se este procedimento até que a convergência seja alcançada.

Vale ressaltar que este método apresenta problemas de oscilação em torno da solução ótima, além de uma sensibilidade excessiva do processo de convergência em relação ao passo do gradiente. Entretanto, esta abordagem ainda continua apresentando interesse do ponto de vista didático, por apresentar uma formulação relativamente simples e conveniente para sistemas de pequeno e médio porte (Amorim, 2006).

2.3.2 Método de Newton

O método de Newton é uma das mais importantes formas de solução de problemas de fluxo de potência ótimo, utilizando algoritmos de programação não-linear. A cada iteração, a função Lagrangeana é aproximada por uma função quadrática através da expansão em série de Taylor de segunda ordem (Tinney, et al., 1967). Existe certa dificuldade no manuseio das restrições de desigualdade, sendo que o conjunto das mesmas é dividido em dois grupos: as adicionadas à função objetivo utilizando termos de penalidade quadrática; as restrições ativas, incorporadas ao conjunto de restrições de igualdade.

Considerando um problema de otimização, com restrições de igualdade e desigualdade da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a.:} \quad & g(x) = 0 \\ & a \leq h(x) \leq b \end{aligned} \quad (2.16)$$

A Função Lagrangeana resultante é expressa como:

$$L(x, \lambda, \pi) = f(x) - \lambda g(x) - \pi h(x) \quad (2.17)$$

Desconsiderando as restrições de desigualdade e supondo que as mesmas são incluídas no processo iterativo somente quando as mesmas forem ativas, a nova Função Lagrangeana pode ser expressa como:

$$L(x, \lambda) = f(x) - \lambda g(x) \quad (2.18)$$

Através das condições de otimalidade, utilizando-se das derivadas de primeira e segunda ordem, e do vetor de direção composto por Δx e $\Delta \lambda$, o conjunto de equações não-lineares da Equação (2.19) é resolvido a cada iteração.

$$\begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 L(x, \lambda) & \nabla_{x\lambda}^2 L(x, \lambda)^t \\ \nabla_{x\lambda}^{2t} L(x, \lambda) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda) \\ \nabla_\lambda L(x, \lambda) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

A solução do problema de FPO é obtida quando as condições de otimalidade de primeira ordem (K.K.T.) são satisfeitas para uma tolerância pré-estabelecida (Bazaraa, et al., 2006).

2.3.3 Método de Pontos Interiores

O problema de mínimo corte de carga a ser resolvido utilizando-se o método de Pontos Interiores, apresentado neste item, é baseado em Granville, et al. (1996). A formulação deste problema pode ser escrita conforme a Equação (2.20).

$$\begin{aligned}
\min \quad & P^t \rho \\
s.a: \quad & (1-\rho)P_i - P_i(x) = 0 \\
& (1-\rho)Q_i - Q_i(x) = 0 \\
& a \leq (\rho, x) \leq b
\end{aligned} \tag{2.20}$$

onde:

- P_i e Q_i são as cargas ativas e reativas na barra i , sendo $i=1,2,...N$, com N equivalente ao número de barras do sistema;
- ρ é o vetor contendo os parâmetros de carga de cada barra;
- P é o vetor de cargas ativas;
- x é o vetor de variáveis de estado e controle do fluxo de potência.

Considerando $z = (\rho, x)$, a formulação (2.20) pode ser substituída pela Equação (2.21).

$$\begin{aligned}
\min \quad & f(z) \\
s.a: \quad & g(z) = 0 \\
& a \leq z \leq b
\end{aligned} \tag{2.21}$$

onde:

- $f(z) = P^t \rho$;
- $g(z) = 0$ corresponde às restrições de balanço de potência formuladas em (2.20).

Para a resolução do problema através do método primal-dual, variáveis auxiliares (s_1 e s_2) devem ser incluídas ao problema (2.21), com intuito de garantir a não violação dos limites impostos pelas restrições de desigualdade, resultando na Equação (2.22).

$$\begin{aligned}
& \min \quad f(z) \\
& s.a : \quad g(z) = 0 \\
& \quad \quad z - s_1 = a \\
& \quad \quad z + s_2 = b \\
& \quad \quad s_1, s_2 \geq 0
\end{aligned} \tag{2.22}$$

A inclusão do parâmetro da barreira (μ) tem o intuito de obter uma solução aproximada de (2.23) ajustando μ até que este seja igual a zero.

$$\begin{aligned}
& \min \quad \left\{ f(z) - \mu \sum_j \log(s_{1j}) - \mu \sum_j \log(s_{2j}) \right\} \\
& s.a : \quad g(z) = 0 \\
& \quad \quad z - s_1 = a \\
& \quad \quad z + s_2 = b
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Um aspecto importante no método de pontos interiores é a escolha do parâmetro da barreira. Um valor inicial é atribuído a μ e, no decorrer do processo iterativo, este parâmetro é ajustado conforme a Equação (2.24). Para tal, o parâmetro β é especificado pelo usuário, e n corresponde ao número das variáveis de otimização utilizadas no problema.

$$\mu = \frac{s_1^t \pi_1 - s_2^t \pi_2}{2n\beta} \tag{2.24}$$

As condições de primeira ordem associadas ao problema (2.23) são:

$$\begin{aligned}
\nabla f(z) - J(z)^t \lambda - \pi_1 - \pi_2 &= 0 \\
g(z) &= 0 \\
z - s_1 - a &= 0 \\
z + s_2 - b &= 0 \\
\mu e - S_1 \pi_1 &= 0 \\
\mu e + S_2 \pi_2 &= 0
\end{aligned} \tag{2.25}$$

onde:

- $\nabla f(z)$ é o gradiente de $f(z)$;
- $J(z)$ é a matriz Jacobiana de $g(z)$;
- λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange (variáveis primais) relacionados às restrições de igualdade de $g(z)$;
- π_1 e π_2 são os multiplicadores de Lagrange (variáveis duais) relacionados às restrições de desigualdade;
- e é um vetor unitário;
- S_1 e S_2 são matrizes diagonais contendo os elementos s_{1j} e s_{2j} , respectivamente.

Os incrementos das variáveis primais (Δz , Δs_1 , Δs_2) e duais ($\Delta \lambda$, $\Delta \pi_1$, $\Delta \pi_2$) são obtidos a cada iteração do método Newton-Raphson, resolvendo o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} W & -J^t \\ -J & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ g(z) \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

onde:

- $W = \nabla^2 f(z) - \sum_i \lambda_i \nabla^2 g_i(z) + S_1^{-1} \Pi_1 - S_2^{-1} \Pi_2$;
- $t = -\nabla f(z) + J(z)^t \lambda + \mu S_1^{-1} - \mu S_2^{-1}$;
- $\nabla^2 f(z)$ e $\nabla^2 g_i(z)$ são as matrizes Hessianas de $f(z)$ e $g_i(z)$;

- J é o Jacobiano de $g(z)$;
- Π_1 e Π_2 são matrizes diagonais contendo os elementos π_{1j} e π_{2j} , respectivamente.

Os passos primal α_p e dual α_d são calculados utilizando-se as Equações (2.27) e (2.28), onde δ é utilizado como um parâmetro de tolerância.

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta s_{1j} < -\delta} \frac{s_{1j}}{|\Delta s_{1j}|}, \min_{\Delta s_{2j} < -\delta} \frac{s_{2j}}{|\Delta s_{2j}|}, 1 \right] \quad (2.27)$$

$$\alpha_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_{1j} < -\delta} \frac{\pi_{1j}}{|\Delta \pi_{1j}|}, \min_{\Delta \pi_{2j} < -\delta} \frac{\pi_{2j}}{|\Delta \pi_{2j}|}, 1 \right] \quad (2.28)$$

A nova aproximação da solução ótima é dada por:

$$\begin{aligned} z &= z + \sigma \alpha_p \Delta z \\ s_1 &= s_1 + \sigma \alpha_p \Delta s_1 \\ s_2 &= s_2 + \sigma \alpha_p \Delta s_2 \\ \lambda &= \lambda + \sigma \alpha_d \Delta \lambda \\ \pi_1 &= \pi_1 + \sigma \alpha_d \Delta \pi_1 \\ \pi_2 &= \pi_2 + \sigma \alpha_d \Delta \pi_2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

sendo que $\sigma = 0.9995$ é uma constante especificada pelo usuário.

A convergência do processo iterativo é alcançada no momento em que o parâmetro da barreira, as equações de balanço de potência ativa e reativa, e a norma do vetor t tornam-se menores que uma tolerância estabelecida. Desta forma, analisando os valores ótimos das variáveis primais e duais do problema, informações importantes para o estudo do planejamento e operação do sistema em questão são obtidas. São elas:

- Os multiplicadores de Lagrange λ , associados às equações de balanço de potência, os quais representam a contribuição

de incrementos de potência ativa e/ou reativa de cada barra à carga total do sistema;

- As variáveis associadas à redução de custos π_1 e π_2 referentes à variáveis de controle, refletem o impacto da relaxação desses limites no corte de carga total.

Estes multiplicadores facilitam o cálculo dos índices de sensibilidade para determinar o conjunto mais eficaz de controles para aumentar as margens de carga.

2.3.4 Métodos Baseados em Programação Quadrática Sequencial

Os métodos baseados em programação quadrática sequencial (PQS) são utilizados nas metodologias de Newton ou Quasi-Newton, com intuito de resolver as equações que representam as condições de otimalidade de primeira ordem do problema original (condições de Karush-Kuhn-Tucker - K.K.T). Assim, um subproblema de minimização quadrática é resolvido, o qual consiste na aproximação quadrática da função Lagrangeana (já apresentada na Equação (2.17)) derivada do problema original, utilizando aproximações lineares das restrições. As condições de otimalidade do subproblema da PQS (Equação (2.30)) são idênticas às do problema original, apresentado anteriormente na Equação (2.16) (Melo, et al., 1998).

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) + \nabla f(x)^t \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^t \nabla^2 L(x) \Delta x \\ \text{s.a.:} \quad & g_i(x) + \nabla g_i(x)^t \Delta x = 0 \\ & h_j(x) + \nabla h_j(x)^t \Delta x \leq 0 \end{aligned} \tag{2.30}$$

onde $i=1...l$ e $j=1...m$.

O termo $L(x)$ corresponde à função Lagrangeana do problema original, ou seja:

$$L(x) = L(x, \lambda, \pi) = f(x) + \lambda^t g(x) + \pi^t h(x) \tag{2.31}$$

onde λ e π são os vetores dos multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Um problema de programação quadrática pode ser modelado de duas formas: IQP (Inequality Constrained Quadratic Programming) e EQP (Equality Constrained Quadratic Programming).

A formulação IQP consiste em linearizar todas as restrições do problema original, incluindo-as ao subproblema quadrático. Desta forma, a solução do problema quadrático identifica o conjunto de restrições ativas para a corrente iteração, sendo este conjunto utilizado como um preditor para o conjunto ativo do problema original.

Na formulação EQP tem-se uma predição do conjunto ativo para o problema, sendo este atualizado a cada iteração. O subproblema quadrático é definido em função das restrições ativas na iteração corrente, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f(x) + \nabla f(x)^t \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^t B \Delta x \\
 \text{s.a.:} \quad & g_i(x) + \nabla g_i(x)^t \Delta x = 0 \\
 & h_j(x) + \nabla h_j(x)^t \Delta x = 0
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

onde B é uma aproximação definida positiva de $\nabla^2 L(x)$, a qual pode ser definida da seguinte forma:

- Quando $\nabla^2 L(x)$ é definida positiva, $B = \nabla^2 L(x)$;
- Quando $\nabla^2 L(x)$ não é definida positiva, B é obtida através de uma perturbação na diagonal principal da matriz Hessiana do Lagrangeano, de forma que B se torne uma matriz definida positiva.

2.4 CONCLUSÕES

Existem diversas situações em que a demanda dos sistemas de energia se torna excessiva, causando a violação de limites operacionais e de segurança. Nestes casos, as equações da rede elétrica podem deixar de ter solução, havendo a necessidade do corte de carga para que estas soluções sejam restabelecidas.

Para a realização do corte de carga, diversas formulações são encontradas na literatura, utilizando critérios heurísticos, fluxo de carga convencional e fluxo de potência ótimo. Para a resolução dos algoritmos, diferentes metodologias podem ser utilizadas, sendo que, os métodos mais tradicionais para o cálculo do FPO são via Newton e Pontos Interiores.

3 TRABALHO PROPOSTO

Na literatura existem diversos métodos de otimização que podem ser aplicados para a determinação do mínimo corte de carga do sistema. No entanto, cada método apresenta algum tipo de limitação para a resolução de problemas complexos como este, sendo difícil encontrar uma metodologia que reúna simultaneamente características tais como um bom condicionamento numérico, baixos tempos de processamento e convergência global.

Neste capítulo, uma técnica globalmente convergente – baseada no conceito de região de confiança – é apresentada. O objetivo é desenvolver uma metodologia que determine uma solução ótima para o problema de corte de carga, caso esta exista, mesmo sabendo que este método geralmente apresenta um esforço computacional relativamente mais elevado que os demais. Para tal, duas metodologias, utilizadas em Barboza (2001), são adaptadas ao método de região de confiança.

Nos itens a seguir, estas duas metodologias, denominadas “Mínimo Resíduo por Newton” e “Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada” são apresentadas, bem como as peculiaridades da implementação das mesmas incorporando o conceito de RC. A metodologia de região de confiança também é apresentada neste capítulo.

3.1 SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE MÍNIMOS RESÍDUOS E DIREÇÃO ESPECIFICADA

No caso de ocorrência de uma contingência, onde a demanda do sistema é excessiva e os limites operacionais são infringidos, é necessária a obtenção, de forma corretiva, de uma solução operacional, ou ao menos encontrar um ponto no qual o sistema possa operar temporariamente. Para tal, algumas estratégias baseadas em métodos numéricos de otimização podem ser utilizadas.

Assim, duas metodologias apresentadas em Barboza (2001), com o intuito de restaurar as equações do fluxo de potência, são abordadas nesta seção. São elas:

- Mínimo Resíduo por Newton (MRN) - estratégia baseada no método de Newton, considerando apenas restrições de igualdade;

- Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada (MCCDE) - estratégia baseada no método de Newton, modelado com restrições de igualdade e desigualdade.

3.1.1 Mínimo Resíduo por Newton

A formulação de mínimos resíduos baseada no método de Newton consiste em um problema de otimização considerando apenas restrições de igualdade, onde o quadrado da norma Euclidiana do vetor dos desbalanços de potência é minimizado. As restrições de desigualdade correspondentes aos limites de potência reativa gerada são tratadas separadamente através da conversão de barras PV-PQ. Esta formulação analítica do problema é apresentada em Barboza (2001), partindo do seguinte problema a ser minimizado:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} f(x)^t f(x) \\ \text{s.a.:} \quad & g(x) = 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde:

- $f(x)$ é o vetor de desbalanço de potência ativa (nas barras PQ e PV) e reativa (nas barras PQ);
- $g(x)$ é o vetor de desbalanço de potência ativa e reativa nas barras de injeção nula, ou prioritárias, ou seja, aqueles onde não se deseja cortar carga;
- x é o vetor das variáveis do sistema, ou seja:

$$x = [V, \delta, a] \tag{3.2}$$

onde V é o vetor das magnitudes das tensões nas barras PQ, δ é o vetor de ângulos de fase das tensões em todas as barras do sistema, exceto da barra de folga, e a é o vetor dos taps dos transformadores que têm comutação sob carga.

Utilizando-se do problema de otimização formulado, a função Lagrangeana $L(x, \lambda)$ é obtida, sendo que λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange associados às restrições, da seguinte forma:

$$L(x, \lambda) = \frac{1}{2} f(x)^t f(x) + \lambda^t g(x) \quad (3.3)$$

Resultando nas condições de primeira ordem, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \nabla_x L(x, \lambda) &= [F(x)]^t f(x) + [G(x)]^t \lambda = 0 \\ \nabla_\lambda L(x, \lambda) &= g(x) = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde $F(x)$ e $G(x)$ são as derivadas parciais das funções $f(x)$ e $g(x)$, respectivamente, em relação a x .

A resolução do sistema não linear equivalente às condições de primeira ordem, via método de Newton-Raphson resulta em:

$$\begin{aligned} W(x, \lambda) \Delta x + [G(x)]^t \Delta \lambda &= -[F(x)]^t f(x) - [G(x)]^t \lambda \\ G(x) \Delta x &= -g(x) \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde:

$$W(x, \lambda) \equiv [F(x)]^t F(x) + \sum_i f_i(x) \nabla^2 f_i(x) + \sum_j \lambda_j \nabla_x^2 g_j(x) \quad (3.6)$$

Desta forma, a cada iteração do método, as variáveis são atualizadas conforme:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \mathcal{E} \Delta x_k \\ \lambda_{k+1} &= \lambda_k + \mathcal{E} \Delta \lambda_k \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde o parâmetro \mathcal{E} é um fator de controle de passo. Para que problemas de não-convergência sejam evitados, é recomendado que o controle de passo seja atualizado a cada iteração, sendo este obtido através da aproximação da função Lagrangeana no ponto $[x_k \lambda_k]^t$ ao longo da direção de Newton $[\Delta x_k \Delta \lambda_k]^t$ por uma função quadrática $\Phi(\mathcal{E})$, da seguinte forma:

$$\Phi(\varepsilon) = a\varepsilon^2 + b\varepsilon + c \quad (3.8)$$

Assim, utilizando os três pontos $\Phi_1(\varepsilon_1)$, $\Phi_2(\varepsilon_2)$ e $\Phi_3(\varepsilon_3)$ em ε_1 , ε_2 e ε_3 respectivamente, resulta nas seguintes funções quadrática de aproximação:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= a\varepsilon_1^2 + b\varepsilon_1 + c \\ \Phi_2 &= a\varepsilon_2^2 + b\varepsilon_2 + c \\ \Phi_3 &= a\varepsilon_3^2 + b\varepsilon_3 + c \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde as constantes a , b e c são obtidas através da resolução do seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1^2 & \varepsilon_1 & 1 \\ \varepsilon_2^2 & \varepsilon_2 & 1 \\ \varepsilon_3^2 & \varepsilon_3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Derivando a função de aproximação $\Phi(\varepsilon)$ em relação a ε e igualando o resultado a zero, obtém-se o valor mínimo da função de aproximação, e conseqüentemente o passo ótimo ε_{opt} , da seguinte forma:

$$\varepsilon_{opt} = \frac{-b}{2a} \quad (3.11)$$

3.1.2 Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada

Diferentemente do método dos mínimos resíduos por Newton, a metodologia de mínimo corte de carga com direção especificada apresenta em sua formulação restrições de igualdade e desigualdade, as quais são tratadas simultaneamente. O problema objetiva a minimização em termos das variáveis do sistema em uma direção pré-estabelecida, utilizando a resolução via método de Newton. A formulação do

problema de otimização, apresentada a seguir, é baseada em Barboza (2001).

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \rho \\
 \text{s.a.:} \quad & g(x, \rho) = 0 \\
 & \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\
 & \underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

onde:

- ρ é o parâmetro correspondente às demandas ativas e reativas;
- x é o vetor de variáveis do sistema, cujos limites mínimos e máximos são dados pelos vetores \underline{x} e \bar{x} , respectivamente;
- $h(x)$ é o vetor de variáveis funcionais do sistema (geração de potência ativa e/ou reativa, fluxo de potência nos circuitos, etc.), cujos limites mínimos e máximos são dados pelos vetores \underline{h} e \bar{h} , respectivamente, ou seja, $x = [V, \delta, a]^t$, sendo que V , δ e a são especificados no item anterior.
- $g(x, \rho)$ é o vetor de equações de fluxo de potência parametrizado por ρ , da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \Delta P_i(x, \rho) &= P_i(x) - P_{G_i} + (P_{d0_i} - \rho \Delta P_{d_i}) \\
 \Delta Q_i(x, \rho) &= Q_i(x) - Q_{G_i} + (Q_{d0_i} - \rho \Delta Q_{d_i})
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

onde $i = 1, 2, \dots, npq$, e $\Delta P_i(x, \rho)$ e $\Delta Q_i(x, \rho)$ são os desbalanços de potência ativa e reativa, respectivamente, de forma parametrizada;

- $P_i(x)$ e $Q_i(x)$ são as injeções de potência ativa e reativa, respectivamente;
- P_{G_i} e Q_{G_i} são as potências ativas e reativas geradas, respectivamente;

- P_{d0_i} e Q_{d0_i} são as demandas iniciais de potência ativa e reativa, respectivamente;
- ΔP_{d_i} e ΔQ_{d_i} são as direções de variação das demandas de potência ativa e reativa, respectivamente.

Os vetores ΔP_d e ΔQ_d devem ser fornecidos pelo usuário, definindo a direção na qual o processo iterativo buscará a melhor solução para a operação do sistema.

Em alguns casos, a direção de variação das demandas ativas e reativas pode ser feita igual a zero. São eles:

- Em barras de geração, implicando no atendimento local da demanda;
- Em barras de transferência, com intuito de atender a injeção de potência nula;
- Em barras prioritárias, onde se deseja que a demanda seja atendida integralmente.

3.2 O CONCEITO DE REGIÃO DE CONFIANÇA

Em problemas de otimização relacionados ao FPO existe a necessidade de obtenção de uma solução, caso esta exista, a partir de qualquer condição inicial. Para tal, podem ser utilizados algoritmos localmente convergentes globalizados através de técnicas como a busca linear ou a imposição de uma região de confiança (Sousa, 2007).

Os métodos baseados em região de confiança consistem na minimização de uma aproximação quadrática da função objetivo (FO) não-linear, dentro de uma região fechada. Tem-se por princípio que este modelo quadrático pode ser adotado como uma boa aproximação da FO não-linear dentro dos limites estabelecidos pela RC. Desta forma, a redução alcançada na aproximação quadrática deve ser uma redução da FO.

Um problema clássico de otimização a ser resolvido utilizando-se do método de RC pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a.:} \quad & g(x) = 0 \end{aligned} \tag{3.14}$$

onde:

- $f(x)$ é a função objetivo a ser otimizada;
- $g(x)$ consiste nas restrições de igualdade;
- x é o vetor das variáveis de otimização.

Com o intuito de resolver o problema de otimização apresentado na Equação (3.14), as condições de otimalidade de primeira ordem devem ser aplicadas na função Lagrangeana (Equação (3.15)), o que resulta na Equação (3.16a).

$$L(x, \lambda) = f(x) - \lambda' g(x) \quad (3.15)$$

$$\therefore \nabla_x L(x, \lambda) = 0 = \nabla_x f(x) - J(x)' \lambda \quad (3.16a)$$

$$\nabla_\lambda L(x, \lambda) = 0 = -g(x) \quad (3.16b)$$

onde:

- $\nabla_x f(x)$ é o vetor gradiente da função objetivo;
- $J(x) = \nabla_x g(x)$ corresponde à matriz Jacobiana das restrições de igualdade;

Utilizando-se do método de Newton, as equações não-lineares apresentadas em (3.16a) podem ser resolvidas. Para tal, a cada iteração, o sistema linear apresentado em (3.17) deve ser resolvido.

$$\begin{bmatrix} H(x_k, \lambda_k) & -J(x_k)' \\ -J(x_k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x f(x_k) - J(x_k)' \lambda \\ -g(x_k) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

onde $H(x_k, \lambda_k)$ é a Hessiana da função Lagrangeana na iteração k , ou seja:

$$H(x_k, \lambda_k) = \nabla_x^2 L(x_k, \lambda_k) = \nabla_x^2 f(x_k) - \sum \lambda_{ik} \nabla_x^2 g_i(x_k) \quad (3.18)$$

Assim, a cada iteração, as variáveis primais e duais são atualizadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \alpha_x \Delta x \\ \lambda_{k+1} &= \lambda_k + \alpha_\lambda \Delta \lambda \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde os fatores de passo α_x e α_λ são positivos, e podem ou não ser iguais.

Uma vez que $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_k$, onde λ_k corresponde ao valor disponível na iteração k , e λ corresponde o valor dos multiplicadores de Lagrange a ser calculado, o sistema apresentado na Equação (3.17) pode ser rearranjado da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} H(x_k, \lambda_k) & -J(x_k)^t \\ -J(x_k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x f(x_k) \\ -g(x_k) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Assim, a solução do sistema linear apresentado na Equação (3.20) resulta em um ponto crítico do problema de programação quadrática, portanto o problema de otimização inicial pode ser resolvido utilizando-se de uma sequência de sub-problemas quadráticos, conforme a Equação (3.21).

$$\begin{aligned} \min \quad & \nabla_x f(x_k) \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^t H(x_k, \lambda_k) \Delta x \\ \text{s.a.:} \quad & J(x_k) \Delta x + g(x_k) = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.2.1 Inclusão da Restrição de Desigualdade

O conceito de região de confiança pode ser aplicado na resolução de problemas quadráticos, utilizando-se de uma restrição de desigualdade, a qual é definida na Equação (3.22). A inclusão desta restrição tem como finalidade limitar adequadamente uma região em torno de x_k , na qual a magnitude do passo incremental apresenta direção da solução ótima.

$$\|\Delta x_k\| \leq \Delta_k \quad (3.22)$$

Incorporando a restrição relativa à RC ao sub-problema quadrático da Equação (3.21), obtém-se a seguinte formulação rearranjada:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \nabla_x f(x_k) \Delta x_k + \frac{1}{2} \Delta x_k' H(x_k, \lambda_k) \Delta x_k \\
s.a.: \quad & J(x_k) \Delta x_k = -g(x_k) \\
& \|\Delta x_k\| \leq \Delta_k
\end{aligned} \tag{3.23}$$

onde:

- Δ_k é o raio da região de confiança utilizado na iteração k ;
- $\|\cdot\|$ é uma norma cujo tipo deve ser definido.

A inclusão da restrição de desigualdade ao sub-problema quadrático inicial é uma alternativa para a resolução do mesmo, resultando na Equação (3.23), porém esta torna a solução consideravelmente mais trabalhosa. Isto se deve ao fato de que, o passo Δx_k resultante da solução do problema linearizado, que corresponde às restrições de igualdade, pode não satisfazer a restrição de desigualdade, correspondente ao raio da região de confiança.

Levando em consideração que a região de confiança é usada para delimitar uma região onde o modelo quadrático represente adequadamente as verdadeiras função objetivo e restrições, aumentar o tamanho da RC para satisfazer as demais restrições, além de se opor ao conceito de região de confiança, poderia causar a deterioração das propriedades de convergência do método. Desta forma, para viabilizar a satisfação de todas as restrições, opta-se por relaxar as restrições de igualdade ao longo do processo iterativo, buscando melhorar a sua viabilidade a cada iteração, satisfazendo-as integralmente na solução ótima.

Conforme Nocedal, et al. (1999), inicialmente, o raio da região de confiança é definido em torno de um ponto corrente, de forma que, no interior da RC estabelecida, o modelo quadrático é uma representação do problema original. Assim, um passo que minimiza este modelo aproximado deve ser calculado e, tanto a direção de busca quanto a magnitude do passo devem ser calculados simultaneamente. Em casos onde o tamanho do passo não é aceito, o tamanho da região deve ser reduzido e um novo passo calculado.

Com intuito de verificar se um novo ponto resultará em uma melhoria significativa na direção da solução ótima, uma função de mérito é definida, comparando o ponto corrente disponível, e o ponto

predito. A correta determinação da magnitude da região de confiança é um ponto crucial para o sucesso do método.

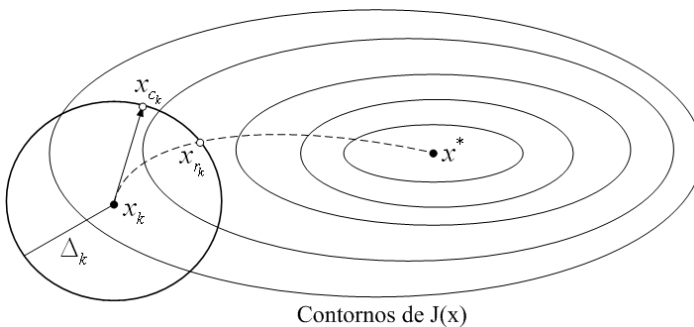


Figura 5 – Efeito do raio da RC no sub-problema quadrático (Ruszczynski, 2006).

A Figura 5 (Ruszczynski, 2006) mostra o efeito do raio da RC na solução do sub-problema quadrático. Observa-se que, para um passo Δ_k reduzido, a direção $x_{\eta_k} - x_k$ fica situada próxima à direção de descida mais íngreme $x_{c_k} - x_k$ e, para valores elevados de Δ_k , a direção $x_{\eta_k} - x_k$ passa a ser a própria direção fornecida pelo método de Newton.

O tamanho da região de confiança será determinado conforme a evolução do processo iterativo. Em casos onde o modelo quadrático é suficientemente preciso, o tamanho da RC é permanentemente aumentado, permitindo passos de magnitude mais elevada ao longo do processo iterativo. No entanto, quando o modelo é impreciso, o tamanho da RC deve ser reduzido, evitando a degeneração do método (Nocedal, et al., 1999).

3.2.2 Solução do Problema Utilizando RC

Partindo do sub-problema quadrático apresentado na Equação (3.23), o qual já apresenta a restrição de desigualdade relativa ao raio da região de confiança, supõe-se que a matriz Jacobiana $J(x)$ possui posto completo, a solução geral dos sistemas lineares $J(x_k)\Delta x_k = -g(x_k)$ apresenta o seguinte formato:

$$\Delta x_k = v + Zu \quad (3.24)$$

onde:

- v corresponde a solução de mínima norma Euclidiana;
- Z corresponde a uma matriz de espaço nulo das linhas de $J(x_k)$, ou seja, $J(x_k)Z = 0$;
- u é um vetor arbitrário.

Assim, a Equação (3.23) pode ser representada no sub-espaço de dimensão reduzida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & \nabla_x f(x_k)^t (v + Zu) + \frac{1}{2} (v + Zu)^t H(x_k, \lambda_k) (v + Zu) \\ \text{s.a.:} \quad & \|(v + Zu)\|^2 \leq \Delta_k \end{aligned} \quad (3.25)$$

Reagrupando os termos da Equação (3.25), obtém-se:

$$\begin{aligned} \min \quad & (-Z^t \nabla_x f(x_k)^t + Z^t H(x_k, \lambda_k) v)^t u + \\ & \frac{1}{2} u^t (Z^t H(x_k, \lambda_k) Z) u \\ \text{s.a.:} \quad & \|u\|^2 \leq (\Delta_k^2 - \|v\|^2) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Com o intuito de compactar a Equação (3.26), as seguintes atribuições são feitas:

$$b = -Z^t \nabla_x f(x_k)^t + Z^t H(x_k, \lambda_k) v \quad (3.27)$$

$$C = Z^t H(x_k, \lambda_k) Z \quad (3.28)$$

$$a = \Delta_k^2 - v^t v \quad (3.29)$$

Portanto, a forma compacta da Equação (3.26) apresenta o seguinte formato:

$$\begin{aligned} \min \quad & b^t u + \frac{1}{2} u^t C u \\ \text{s.a.:} \quad & u^t u \leq a \end{aligned} \quad (3.30)$$

Desta forma, o problema formulado na Equação (3.30) pode ser resolvido em duas etapas, sendo que a primeira consiste na resolução de um problema de minimização irrestrita da FO, fornecendo a seguinte solução:

$$u = C^{-1}b \quad (3.31)$$

A segunda etapa da solução consiste em calcular o fator de passo α satisfazendo a restrição $\alpha^2 u^t u \leq a$. Para isto, adota-se o passo αu , onde $\alpha = \min(\alpha_0, 1)$, conforme a Equação (3.32).

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{(\Delta_k^2 - v^t v)}{u^t u}} \quad (3.32)$$

3.2.3 Solução pelo Método de Byrd e Omojokun

Para que ambas as restrições do sub-problema de RC sejam atendidas, o método de Byrd-Omojokun propõe a divisão do sub-problema de programação quadrática em outros dois sub-problemas de menor complexidade: vertical (ou normal) e horizontal (ou tangencial). A utilização desta metodologia é especialmente atrativa para problemas de otimização de fluxo de potência de grande porte, uma vez o esforço computacional gerado torna-se relativamente reduzido.

A formulação analítica dos sub-problemas vertical e horizontal, apresentada a seguir é baseada em Sousa (2008).

3.2.3.1 Sub-problema Vertical

O cálculo do sub-problema vertical tem por objetivo satisfazer as restrições de igualdade do sub-problema de programação quadrática, e encontrar um passo vertical v_k , o qual fica localizado no interior da

região de confiança. A resolução deste sub-problema se dá através de algoritmos como *Dogleg* ou Gradiente Conjugado, os quais são encontrados em Nocedal, et al. (1999), e a formulação deste é apresentada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & (\nabla g(x_k) g(x_k))^t v_k + \frac{1}{2} v_k^t \nabla g(x_k) \nabla g(x_k)^t v_k \\ \text{s.a.:} \quad & \|v_k\| \leq \xi \Delta_k \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde ξ corresponde a um parâmetro de contração das restrições (como por exemplo $\xi = 0,8$).

3.2.3.2 Sub-problema Horizontal

Com a obtenção do passo vertical v_k através da resolução do sub-problema vertical, o passo completo Δx_k pode ser obtido resolvendo-se o sub-problema horizontal, o qual apresenta além da restrição da RC, as restrições de igualdade. Este problema pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & \nabla f_B(x_k)^t \Delta x_k + \frac{1}{2} \Delta x_k^t H_k \Delta x_k \\ \text{s.a.:} \quad & \nabla g(x_k)^T \Delta x_k = \nabla g(x_k)^T v_k \\ & \|\Delta x_k\| \leq \Delta_k \end{aligned} \quad (3.34)$$

onde o termo $f_B(x_k)$ também é utilizado em métodos de Pontos Interiores, com $\mu > 0$ e s correspondem às variáveis de folga, conforme a Equação (3.35).

$$f_B(x_k) = f(x_k) - \mu \sum_i \ln s_i \quad (3.35)$$

A restrição de igualdade apresentada no sub-problema horizontal visa forçar o passo final Δx_k a satisfazer as restrições de igualdade linearizadas, da mesma forma que ocorre com o passo vertical v_k , e ao mesmo tempo minimiza a FO.

Como no sub-problema vertical, para resolver o sub-problema horizontal também é necessária a utilização de métodos como Gradiente Conjugado ou *Dogleg*. No entanto, a metodologia de *Dogleg* não possibilita a resolução do problema com restrições de igualdade. Assim, para contornar esta dificuldade, pode-se calcular Δx_k obtendo um passo complementar a v_k que pertence ao espaço nulo $\nabla g(x_k)$, da seguinte forma:

$$\Delta x_k = v_k + Z_k u_k \quad (3.36)$$

onde:

- Z_k é uma matriz de dimensão $n \times n - m$ que gera o espaço nulo de $\nabla g(x_k)$, ou seja, $\nabla g(x_k)^T Z_k = 0$;
- $u_k \in \mathfrak{R}^{n-m}$ é o passo complementar de v_k a ser determinado.

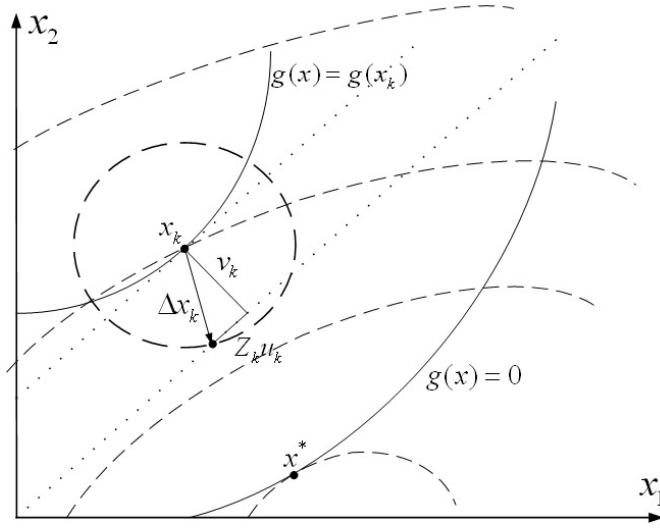


Figura 6 – Construção do passo Δx_k utilizando as parcelas vertical e horizontal (Nocedal et. al., 1999).

Quando o passo total Δx_k é substituído na restrição de igualdade, constata-se que os termos v_k e $Z_k u_k$ são ortogonais, conforme mostra a Figura 6, podendo-se reescrever o sub-problema horizontal sem restrições de igualdade da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & (\nabla f_B(x_k) H_k v_k)^t Z_k u_k + \frac{1}{2} (u_k^t Z_k^t) H_k (Z_k u_k) \\ \text{s.a.:} \quad & \|Z_k u_k\| \leq \sqrt{\Delta_k^2 - \|v_k\|^2} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Após a resolução do sub-problema vertical e do sub-problema horizontal, os passos v_k e u_k são obtidos, assim, o passo completo pode ser calculado da seguinte forma:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k \quad (3.38)$$

Se x_{k+1} não proporcionar uma redução na função de mérito, a região de confiança deve ser reduzida e um novo ponto candidato deve ser calculado.

3.2.4 Função de Mérito

A função (ou figura) de mérito, apresentada em Nocedal, et al., (1999), é uma função não diferenciável utilizada para verificar se o ponto $x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$ resulta em uma melhoria tanto na função objetivo, quanto nas restrições do problema de otimização. A função de mérito $\phi(x, \mu)$ é caracterizada pela Equação (3.39).

$$\phi(x, \mu) = f(x) + \frac{1}{\mu} \|g(x)\| \quad (3.39)$$

onde μ é um fator de ponderação positivo, ajustado no decorrer do processo iterativo.

Se o ponto x_k for deslocado ao ponto x_{k+1} , duas reduções da função de mérito são obtidas: a redução verdadeira e a redução predita. A redução verdadeira da função de mérito é dada por:

$$\Delta\phi_v = \phi(x_k) - \phi(x_k + \Delta x_k) \quad (3.40)$$

De uma maneira mais explícita, a Equação (3.40) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta\phi_v = f(x_k) - f(x_k + \Delta x_k) + \frac{1}{\mu_k} (\|g(x_k)\| - \|g(x_k + \Delta x_k)\|) \quad (3.41)$$

A redução predita da função de mérito é dada por:

$$\Delta\phi_p = (\nabla_x f(x) + H^t v)^t Z u + \frac{1}{2} u^t Z^t H(Zu) + \frac{1}{\mu_k} g_p \quad (3.42)$$

onde $g_p = \|g(x_k)\| - \|g(x_k) + J(x_k)v\|$ corresponde à redução $\|J(x_k)\Delta x_k + g(x_k)\|^2$ na direção da solução de mínima norma Euclidiana.

No decorrer do processo iterativo, o valor de μ_k deve ser reduzido proporcionalmente a g_p , conforme a Equação (3.43).

$$\Delta\phi_p \geq \frac{\gamma}{\mu_k} g_p \quad (3.43)$$

onde $0 \leq \gamma \leq 1$.

Desta forma, se $\frac{\Delta\phi_v}{\Delta\phi_p} \geq \eta$ (sendo η um fator de erro pré-

estabelecido, positivo e menor que um), o ponto predito é considerado satisfatório, e o ponto $x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$ pode ser utilizado como a direção de busca. Assim, a função de mérito indicará uma melhoria na localização do novo ponto na trajetória para a solução ótima, ou seja, desde que os fatores de ponderação sejam escolhidos de forma adequada, o valor predito para a redução da função de mérito sempre resultará em uma redução, até que a solução ótima seja encontrada.

Caso $\frac{\Delta\phi_v}{\Delta\phi_p} < \eta$, significa que o raio da região de confiança

apresenta uma proporção relativamente grande, não conduzindo o passo incremental Δx_k na direção da solução ótima. Assim, o raio da região de confiança deverá ser reduzido, calculando um novo incremento Δx_k , e a função de mérito deve ser testada novamente, até que ocorra uma redução da mesma.

3.2.5 Ajuste do Raio da Região de Confiança

O ajuste correto do raio da região de confiança no decorrer do processo iterativo é uma etapa importante na implementação do método, pois este é responsável por limitar o passo a cada iteração, evitando uma possível convergência equivocada. O maior problema é que, na

literatura, a maioria das metodologias utilizadas para o ajuste do raio Δ_k é baseada na heurística, não existindo uma metodologia absoluta a ser seguida.

Uma metodologia apresentada em Sousa (2008), a qual é proposta por Plantenga (1994), é descrita a seguir, e utiliza a redução predita $\Delta\phi_p$ e a redução verdadeira $\Delta\phi_v$ da função de mérito, as quais foram apresentadas anteriormente, para determinar o novo raio da região de confiança.

Quando o passo Δx_k é aceito, o tamanho da região de confiança na iteração seguinte deve ser aumentado conforme a seguinte regra:

$$\Delta_{k+1} = \begin{cases} \max\{10\|\Delta x_k\|, \Delta_k\} & \text{se } 0,9 \leq \frac{\Delta\phi_v}{\Delta\phi_p} \\ \max\{2\|\Delta x_k\|, \Delta_k\} & \text{se } 0,3 \leq \frac{\Delta\phi_v}{\Delta\phi_p} < 0,9 \\ \Delta_k & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.44)$$

Em casos onde o passo Δx_k é rejeitado, o tamanho da região de confiança na iteração seguinte Δ_{k+1} deve ser reduzido para uma fração de $\gamma \in [0,1, 0,5]$ do comprimento do passo rejeitado Δx_k . Assim, o ponto preciso pode ser calculado utilizando-se da seguinte função linear:

$$\gamma = \frac{1 - \rho}{1 - \frac{\Delta\phi_v}{\Delta\phi_p}} \quad (3.45)$$

Assim, se o valor de γ estiver no intervalo $[0,1, 0,5]$, o novo raio da região de confiança será $\Delta_{k+1} = \gamma\|\Delta x_k\|$.

3.3 APLICAÇÕES DO MÉTODO DE REGIÃO DE CONFIANÇA

As metodologias baseadas no conceito de região de confiança têm apresentado ampla aplicabilidade em diversas áreas, e algumas aplicações deste método na otimização de sistemas elétricos de potência podem ser encontrados na literatura.

O trabalho desenvolvido por Pajic, et al. (2003) foi o primeiro a utilizar o conceito de região de confiança em problemas de estimação de estados. O intuito do trabalho é melhorar a convergência do estimador de estados e, juntamente com a fatoração QR, desenvolver um algoritmo globalmente convergente e confiável. Assim, comprovou-se que o algoritmo de região de confiança é mais robusto que os métodos tradicionais de Newton e Gauss-Newton.

Em Costa, et al. (2007), um algoritmo de região de confiança também é utilizado para resolução do problema de estimação de estados, combinado com técnicas seqüencial-ortogonal. O problema não-linear é formulado incluindo restrições de desigualdade ao modelo de região de confiança, e rotações de Givens são utilizadas para resolver o problema linearizado.

O trabalho desenvolvido por Wang, et al. (2007) aplica diferentes metodologias em problemas de fluxo de potência ótimo no mercado de energia. Dentre elas estão o método de região de confiança, método do lagrangeano aumentado, e método primal-dual de pontos interiores. Os métodos são testados e comparados.

Uma metodologia utilizando região de confiança, juntamente com o algoritmo de pontos interiores para resolução do problema de fluxo de potência ótimo não-linear é apresentada por Sousa, et al. (2007). A metodologia desenvolvida é comparada ao método primal-dual de pontos interiores, e também com a variação do mesmo utilizando preditor-corretor.

Em Sousa (2008), o método de região de confiança também é utilizado em combinação com o método de pontos interiores para resolver problemas de fluxo de potência ótimo, utilizando como função objetivo a minimização de perdas, do corte de carga, e a maximização do carregamento. Os algoritmos desenvolvidos foram testados e comparados aos métodos de pontos interiores convencionais.

3.4 APLICAÇÕES PROPOSTAS

Sabe-se que o método de Newton, o qual foi utilizado na resolução dos problemas de mínimos resíduos e direção especificada, pode apresentar dificuldades de convergência, dependendo das condições iniciais do problema. Assim, se a solução ótima desejada estiver relativamente distante da condição em que o sistema encontra-se no início do processo iterativo, possivelmente o problema convergirá para um mínimo local, não encontrando a solução ótima.

Desta forma, diante da múltipla aplicabilidade das metodologias baseadas no conceito de região de confiança, e partindo do princípio da grande robustez numérica oferecida por estes, bem como da garantia de convergência global (caso exista uma solução ótima para o problema), tornou-se interessante a incorporação do conceito de RC na solução dos problemas de mínimos resíduos e direção especificada, anteriormente apresentados, com intuito de otimizar o corte de carga de determinado sistema.

As peculiaridades da incorporação da RC a estes problemas, bem como da implementação computacional dos métodos em coordenadas polares são apresentadas nos itens a seguir.

3.4.1 O problema de Otimizar o Parâmetro ρ utilizando RC

No problema de mínimo corte de carga com direção especificada, o corte de carga é parametrizado por ρ e, de forma generalizada, pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \max \quad & \rho \\ \text{s.a.:} \quad & y_0 + \rho \Delta y - g_0(x) = 0 \end{aligned} \tag{3.46}$$

onde:

- y_0 corresponde as demandas do sistema;
- Δy corresponde ao incremento das demandas, parametrizado por ρ ;
- $g_0(x)$ é um vetor de funções não-lineares.

As condições de otimalidade da Equação (3.46) são satisfeitas por um ponto de bifurcação sela-nó. Estas condições constituem um sistema algébrico de equações não-lineares parametrizadas, semelhante às condições de transversalidade expressas por,

$$\begin{aligned} g(x, \rho) &= 0 \\ \nabla_x g(x, \rho)^t w &= 0 \\ w^t w - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

onde w representa o autovetor à direita da matriz Jacobiana transposta de $g(x, \rho)$ com relação às variáveis x .

A matriz Hessiana do sistema de equações (3.47) é dada por:

$$\begin{aligned} H(x_k, \rho_k, \lambda_k) &= \nabla_{x\rho}^2 L(x_k, \rho_k, \lambda_k) = \\ &\nabla_{x\rho}^2 f(\rho) - \sum_i \lambda_{k_i} \nabla_{x\rho}^2 g_i(x_k, \rho_k) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Conforme mostra a Equação (3.48), o cálculo da matriz Hessiana exige que a segunda derivada da função Lagrangeana seja obtida. Porém, neste caso, como a função objetivo corresponde ao parâmetro de carga ρ , a segunda derivada de ρ é nula, ou seja, $\nabla_{\rho\rho}^2 L(x_k, \rho_k) = 0$. Na forma matricial:

$$H(x_k, \rho_k, \lambda_k) = \begin{bmatrix} G_o(x_k, \lambda_k) & \Theta \\ \Theta^t & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

onde:

- $G_o(x_k, \lambda_k) = \nabla_{xx}^2 f(\rho_k) - \sum_i \lambda_{k_i} \nabla_{xx}^2 g_i(x_k, \rho_k)$;
- Θ é o vetor nulo correspondente a segunda derivada da função Lagrangeana em relação a ρ .

Desta forma, a matriz Hessiana $H(x_k, \rho_k, \lambda_k)$ é singular, o que impede a determinação de solução para o modelo de problema da Equação (3.46). No entanto, um artifício pode ser utilizado na

formulação do problema de otimização para que esta dificuldade seja contornada: substitui-se o parâmetro ρ por ρ^2 , conforme mostra a Equação (3.50).

$$\begin{aligned} \max \quad & \rho^2 \\ \text{s.a.:} \quad & y_0 + \rho^2 \Delta y - g_0(x) = 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

A solução do problema (3.50) pode ser obtida ao resolver uma sequência de sub-problemas quadráticos com o seguinte formato:

$$\begin{aligned} \min \quad & \nabla_{x\rho} f(x_k) \Delta x_k + \frac{1}{2} \Delta x_k^t H(x_k, \lambda_k) \Delta x_k \\ \text{s.a.:} \quad & J(x_k) \Delta x_k + g(x_k) = 0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde:

$$\nabla_{x\rho} f(x_k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -2\rho \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$H(x_k, \rho_k, \lambda_k) = \begin{bmatrix} G_0(x_k, \lambda_k) & 0 \\ 0 & -2(1 + \Delta y_k^t \lambda_k) \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$J(x_k) = \begin{bmatrix} \nabla_x g(x_k) \\ -2\rho \Delta y_k^t \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Algumas conclusões em relação ao problema de otimização podem ser extraídas:

- As variáveis primais de otimização são x e ρ , sendo que ρ é um escalar;
- A dimensão do vetor x é n , e do vetor $g(x)$ é $m = n$, portanto a matriz de espaço nulo das linhas de $J(x)$ será um vetor coluna de dimensão $n + 1$ e u será um escalar;

- Desde que $J(x_k)Z = 0$ e considerando que neste tipo de problema há apenas uma singularidade na matriz Jacobiana, então Z representa o vetor tangente da predição do ponto de bifurcação sela-nó.

3.4.2 Tratamento das Restrições de Desigualdade (Potência Reativa Gerada)

Para lidar com as restrições de desigualdade, as quais equivalem às potências reativas geradas que compõem os problemas de fluxo de potência, neste trabalho, a estratégia utilizada é a mesma que a apresentada em Salgado, et al. (2011). A metodologia consiste em apontar um conjunto de desigualdades que estarão ativas na solução ótima. Cada vez que se tem este conjunto definido, as restrições de desigualdade ativas são tratadas como sendo restrições de igualdade, ou seja, a cada iteração utilizam-se as restrições de igualdade do problema original, e as desigualdades consideradas ativas.

Para a definição do conjunto de desigualdades ativas, analisam-se os multiplicadores de Lagrange e, posteriormente, obtém-se o passo de Newton utilizando o modelo linearizado que inclui as restrições ativas previstas.

No problema de fluxo de potência, quando o limite de geração de potência reativa é atingido, ou seja, a restrição é violada, a barra PV é convertida em barra PQ, e novos coeficientes da função Lagrangeana são computados. Ao ser convertida em barra PQ, a equação de balanço de potência desta barra poderá apresentar duas situações, dependendo da disponibilidade de potência reativa a ser ajustada nesta barra.

A equação referente à barra convertida pode juntar-se às cargas a serem ajustadas, ou às cargas fixas. Neste último caso, haverá um multiplicador de Lagrange correspondente à restrição adicional, onde a análise do sinal do mesmo permite verificar se a solução foi realmente alcançada.

3.4.3 Iterações de Gauss-Newton

O algoritmo de Gauss-Newton consiste em uma modificação do método de Newton, utilizado para resolver problemas não-lineares de mínimos quadrados. No entanto, diferente do método de Newton, o

algoritmo de Gauss-Newton não utiliza das derivadas de segunda ordem na resolução do problema, o que pode ser uma vantagem na utilização deste, uma vez que, em alguns casos, o cálculo destas derivadas torna-se inviável.

Conforme Salgado, et al. (2011), em problemas de corte de carga que utilizam da metodologia de mínimos resíduos, sabe-se que a matriz Hessiana não é definida positiva e, conseqüentemente, a direção de Newton não causará necessariamente um decréscimo no valor da função Lagrangeana.

Se as equações do fluxo de potência apresentarem solução, o valor da função objetivo no ponto ótimo será zero, e a matriz Hessiana será nula. Assim, a solução do sistema linear do método de Newton corresponderá a uma iteração de Gauss-Newton. Desta forma, como não é necessário calcular as derivadas de segunda ordem, a utilização do método de Gauss-Newton tornará a convergência mais rápida. No entanto, quando utiliza de níveis de carga muito elevados, a utilização desta solução ajustada pode causar a divergência do método, sendo necessárias algumas interações completas utilizando o método de Newton.

Assim, a estratégia utilizada para aumento da robustez do processo iterativo consiste na adoção de iterações de Gauss-Newton somente no início do processo iterativo, e utilizando o passo completo de Newton até que a convergência seja alcançada. A definição do número de iterações de Gauss-Newton para cada problema é feita utilizando-se da heurística.

3.4.4 Transformações Ortogonais

Para a resolução dos problemas de corte de carga, utilizando-se da metodologia baseada em região de confiança, viu-se que, conforme a Equação (3.36), para que o sub-problema horizontal do método de Byrd e Omojokun seja resolvido, uma matriz Z_k de dimensão $n \times n - m$ deve ser obtida, de forma que esta gere o espaço nulo de $\nabla g(x_k)$, ou seja, $\nabla g(x_k)^T Z_k = 0$.

Desta forma, quando o problema é implementado computacionalmente, existe a possibilidade de utilizar um recurso de programação no Matlab (*null*) que possibilita a criação desta matriz de espaço nulo, ou então, sabendo-se que, de uma forma geral, uma

transformação ortogonal é numericamente estável, pois consegue preservar a norma euclidiana de um vetor e a norma espectral de uma matriz (Lyche, 2006), a implementação desta também pode ser utilizada para a obtenção da matriz de espaço nulo Z_k .

Para determinar uma matriz de espaço nulo Z , parte-se da seguinte relação:

$$TJ(x_k)' = \begin{bmatrix} U \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

onde:

- T é uma matriz ortogonal de ordem $n \times n$;
- U é uma matriz triangular superior de ordem $m \times m$;
- Θ é uma matriz nula de ordem $(n-m) \times m$;
- n é o número de variáveis primais de otimização;
- m é o número de restrições de igualdade do problema quadrático.

A participação de T é dada por:

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

onde T_1 e T_2 são sub-matrizes de ordem $m \times n$ e $(n-m) \times n$, respectivamente. Se $T'T = TT' = I$, as estimativas dos multiplicadores de Lagrange, e a solução de mínima norma Euclidiana das restrições de igualdade do problema original, podem ser escritas da seguinte forma:

$$\lambda = [J(x_k)T'TJ(x_k)']^{-1} J(x_k)(T'T)(\nabla_x f(x_k) + H^t v) \quad (3.57)$$

$$v = -T'TJ(x_k)'[J(x_k)T'TJ(x_k)']^{-1} g(x_k) \quad (3.58)$$

o que fornece:

$$\lambda = U^{-1}T_1 \nabla_x f(x_k) \quad (3.59)$$

$$v = -T_1^t U^{-t} g(x_k) \quad (3.60)$$

Além disso, como $J(x_k)T_2^t = 0$, a sub-matriz T_2^t pode ser selecionada como uma matriz de espaço nulo Z da solução geral, portanto:

$$\Delta x = -T_1^t U^{-t} g(x) + T_2 u \quad (3.61)$$

3.4.5 Vantagens e Desvantagens

Sabe-se que, dificilmente algum método numérico de otimização apresentará somente vantagens ou desvantagens. Assim, a metodologia de região de confiança apresenta alguns critérios bastante satisfatórios na resolução dos problemas, mas também apresenta algumas desvantagens, em comparação com o método de Newton.

A metodologia de RC apresenta uma maior robustez numérica, garantindo que uma solução seja encontrada, caso esta exista, independente das condições iniciais da rede elétrica em questão. Já método de Newton depende que a solução inicial do fluxo de potência seja próxima à solução ótima, para que a mesma seja encontrada. Assim, em casos onde as condições iniciais da rede são muito irreais, o método de Newton pode apresentar uma solução errônea, ou simplesmente não alcançar a convergência.

No entanto, o método de região de confiança tende a apresentar um tempo de processamento relativamente maior, uma vez que este utiliza de cálculos adicionais para garantir a convergência.

Também, a formulação de mínimos resíduos possibilita que a parcela de corte seja diferente para cada carga, permitindo selecionar determinadas áreas do sistema como prioritárias evitando o corte de carga nas mesmas. No entanto, esta não atende as restrições operacionais do sistema, pois utiliza somente restrições de igualdade. Já a formulação de direção especificada utiliza restrições de desigualdade que possibilitam atender as restrições operacionais do sistema, mas não se tem um controle sobre cada carga cortada por utilizar um único parâmetro de corte de carga.

3.4.6 Indicadores de Desempenho para Problema de Mínimo Corte de Carga

Sabendo-se que existem diversas metodologias para a obtenção do mínimo corte de carga que permita a solvabilidade das equações de fluxo de potência, alguns indicadores podem ser utilizados para um comparativo da qualidade dos resultados obtidos. Em Barboza (2001) são apresentados os indicadores, icc_A e icc_R , que medem o corte de carga de demandas de potência ativa e reativa, respectivamente:

$$icc_A = \frac{P_{d_{TOT}} - P_{d_{TOT}}^{sup}}{P_{d_{TOT}}} \cdot 100\% \quad (3.62)$$

$$icc_R = \frac{Q_{d_{TOT}} - Q_{d_{TOT}}^{sup}}{Q_{d_{TOT}}} \cdot 100\% \quad (3.63)$$

sendo que, os elementos $P_{d_{TOT}}$ e $Q_{d_{TOT}}$ representam as demandas totais, ativas e reativas, respectivamente, e os elementos $P_{d_{TOT}}^{sup}$ e $Q_{d_{TOT}}^{sup}$ representam as demandas ativas e reativas totais que podem ser supridas pelo sistema de forma que as equações do fluxo de potência apresentem solução real.

3.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentadas duas formulações – de mínimos resíduos e de direção especificada – utilizadas para a resolução do problema de corte de carga, bem como abordada a dificuldade na obtenção de resultados satisfatórios quando a resolução ocorre via método de Newton.

Assim, uma técnica globalmente convergente baseada no conceito de região de confiança foi apresentada, com intuito de utilizá-la na solução das duas formulações apresentadas, objetivando oferecer uma solução para o problema de corte de carga, independente das condições em que a rede encontra-se no início do processo iterativo.

A implementação computacional do método de região de confiança utilizando coordenadas polares, para a solução de ambos os problemas, apresentou algumas peculiaridades. São elas:

- Por utilizar derivadas de segunda ordem, viu-se a inviabilidade em minimizar o parâmetro ρ , optando-se pela minimização de ρ^2 .
- A utilização de transformações ortogonais teve o intuito de oferecer ao método uma maior robustez numérica, permitindo simulações de sistemas de grande porte.
- Com o intuito de tornar a resolução do problema mais simples, as restrições de desigualdade são incluídas ao problema somente quando estas se tornam ativas.
- Para que o processo iterativo torne-se mais rápido, iterações de Gauss-Newton são utilizadas no início do processo no problema de mínimos resíduos, evitando o cálculo desnecessário das derivadas de segunda ordem.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados numéricos obtidos através da aplicação destas metodologias a diferentes sistemas-teste. Para tal, duas formas analíticas são mostradas. Primeiramente, utilizando o sistema-teste do IEEE de 57 barras, uma análise qualitativa dos resultados é feita sob o ponto de vista da otimização. Em uma segunda etapa, utilizando-se os sistemas-teste do IEEE de 14, 30, 118 e 300 barras, figuras de mérito como o tempo de processamento, o número de iterações para a convergência, e os índices que indicam a quantidade de carga cortada serão apresentados.

4.1 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS SISTEMAS-TESTE

De forma resumida, os dados dos sistemas-teste utilizados nas simulações são apresentados na Tabela I.

Tabela I – Dados gerais dos sistemas-teste.

Sistema	Barras	Circuitos	Transformadores	Barras geração	Barras carga	Barras inj. nula	Demanda base	
							MW	Mvar
IEEE14	14	20	3	5	8	1	1.243	352
IEEE30	30	41	4	6	18	6	1.105	492
IEEE57	57	80	17	7	35	15	3.752	1.009
IEEE118	118	179	9	34	74	10	9.170	3.595
IEEE300	300	411	107	69	165	66	24.641	8.255

Em todas as situações simuladas, um fator de carga é aplicado à demanda base dos sistemas-teste, de forma a tornar as equações da rede elétrica sem solução, havendo, portanto, a necessidade do corte de carga. A este fator de carga, são atribuídos valores selecionados, com o objetivo de testar o comportamento dos programas em diferentes situações iniciais.

Para identificar a metodologia utilizada em cada simulação, são atribuídas as seguintes siglas:

- MRN – método de mínimos resíduos por Newton;
- MCCDE – método de mínimo corte de carga com direção especificada;
- MR-RC – método de mínimos resíduos por região de confiança;

- MCCDE-RC – método de mínimo corte de carga com direção especificada por região de confiança.

Para as simulações é utilizado um computador AMD Turion de 2,20 GHz com 1,93 GB de memória RAM. Os resultados obtidos serão apresentados nas seções seguintes.

4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS SOB O PONTO DE VISTA DA OTIMIZAÇÃO

Primeiramente, para uma análise mais profunda do desempenho das metodologias implementadas, sob o ponto de vista da otimização, o sistema-teste de 57 barras do IEEE é utilizado nas simulações. Conforme apresentado na Tabela I, este sistema é composto por 7 barras de geração, 35 barras de carga e 15 barras de injeção nula.

Em todos os casos, um fator de carga igual a 3,0 é utilizado, resultando em uma carga total especificada de 3752,40 MW e 1009,20 Mvar. Na Tabela II é apresentado um resumo dos resultados de número de iterações, tempo de processamento, e dos índices de corte de carga ativa e reativa, para as simulações com as quatro metodologias abordadas.

Tabela II – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE57.

	Número de iterações	Tempo de processamento (s)	Índices de corte (%)	
			icc_A	icc_R
MRN	12	2,10	24,96	25,90
MCCDE	9	2,04	39,34	39,34
MR-RC	10	2,56	24,96	25,90
MCCDE-RC	7	2,94	39,31	39,31

A seguir, serão analisadas as peculiaridades das simulações realizadas para cada uma das metodologias.

4.2.1 Mínimos Resíduos por Newton

Como já foi visto no capítulo anterior, o método de Mínimos Resíduos por Newton consiste na modelagem do problema de fluxo de potência sem solução real, como um problema de otimização sujeito a

restrições de igualdade, utilizando o método de Newton para a resolução do mesmo (Barboza, 2001).

Neste caso, onde o sistema-teste IEEE57 é utilizado, a convergência foi alcançada em 12 iterações e, como era esperado, o tempo de processamento de 2,10 segundos foi menor que o obtido pelo método de Mínimo Resíduo por Região de Confiança, pois não existe a necessidade de determinar a solução de mínima norma e a matriz de espaço nulo.

Os índices de corte de carga icc_A e icc_R , que representam a porcentagem da carga base a ser subtraída do sistema através do corte de carga, apontaram a mesma solução que a obtida pelo método MR-RC, indicando um nível de precisão satisfatório em ambos os casos. O corte de carga total foi equivalente a 929,87 MW e 261,39 Mvar.

Para uma análise da importância de cada barra do sistema no corte de carga, é importante ter conhecimento de duas relações referentes à sensibilidade:

- o vetor dos multiplicadores de Lagrange fornece a relação de sensibilidade entre o corte de carga e as restrições de igualdade;
- o vetor de espaço nulo apresenta a sensibilidade entre as variáveis do fluxo de potência e o corte de carga.

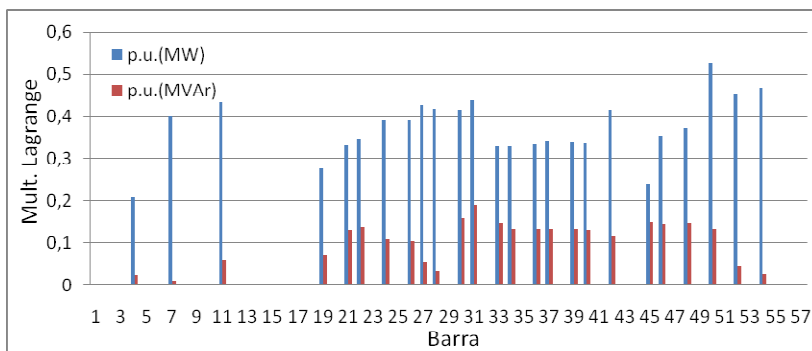


Figura 7 – Multiplicadores de Lagrange de cada barra, método de MRN, sistema IEEE57.

Desta forma, analisando a magnitude dos multiplicadores de Lagrange na Figura 7, onde os multiplicadores referentes à potência ativa são representados pelas colunas em azul e os multiplicadores referentes à potência reativa são representados pelas colunas em

vermelho, constatou-se que a barra 50 ($\lambda_p = 0,5283$) é aquela que exerce maior influência no ajuste da demanda ativa e a barra 31 ($\lambda_q = 0,1901$) exerce maior influência no ajuste da demanda reativa. Portanto, estas barras correspondem às restrições de igualdade com maior parcela de responsabilidade do ajuste da demanda.

Por outro lado, as barras 4 ($\lambda_p = 0,2109$) e 7 ($\lambda_q = 0,0118$), que apresentam os menores multiplicadores de Lagrange, correspondem às restrições de igualdade com menor parcela de responsabilidade no aumento do ajuste das demandas ativa e reativa, respectivamente.

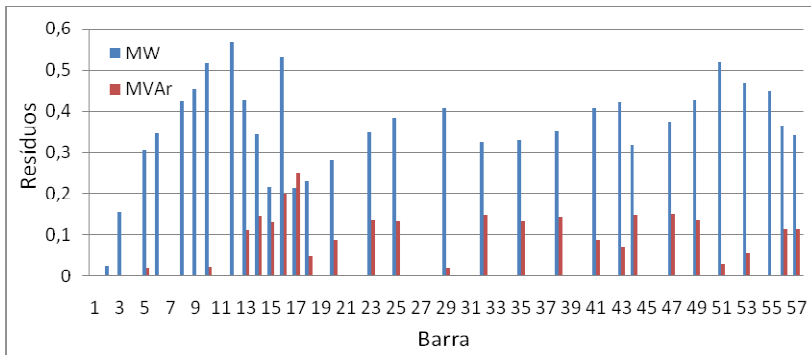


Figura 8 – Desbalanços de potência ativa e reativa nas barras, método de MRN, sistema IEEE57.

Analisando a Figura 8, onde os desbalanços de potência ativa (em azul) e reativa (em vermelho) de cada barra são apresentados, constatou-se que a barra 12 é aquela que apresenta o maior resíduo, ou seja, é a barra mais afetada pelo ajuste da demanda ativa. Desta forma, a modelagem da injeção de potência desta barra como restrição de igualdade resultaria em uma solução com um nível mais elevado de ajuste de carga.

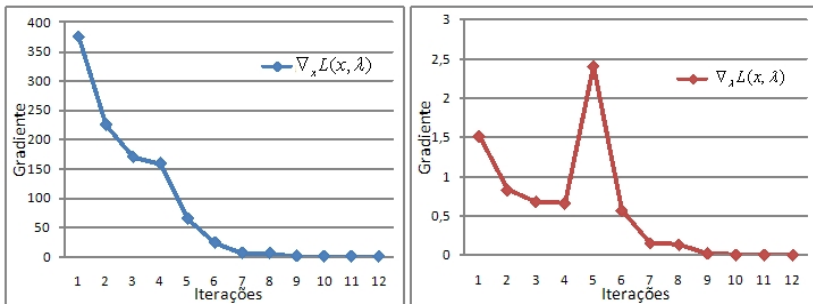


Figura 9 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MRN, sistema IEEE57.

A Figura 9 mostra os gráficos das condições de otimalidade no decorrer do processo iterativo, ou seja, o vetor gradiente. O primeiro gráfico apresenta a derivada da função Lagrangeana em relação às variáveis primais de otimização, enquanto o segundo gráfico mostra a derivada da função Lagrangeana em relação aos multiplicadores de Lagrange, ou seja:

$$\nabla_x L(x, \lambda) = [F(x)]^t f(x) + [G(x)]^t \lambda \quad (4.1)$$

$$\nabla_\lambda L(x, \lambda) = g(x) \quad (4.2)$$

Percebe-se que, a partir da sétima iteração, o valor do gradiente já é bastante reduzido, indicando que o processo iterativo começa a aproximar-se do ponto ótimo.

4.2.2 Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada

A metodologia de Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada consiste no ajuste do corte de carga em uma direção pré-estabelecida, utilizando-se um parâmetro de corte de carga aplicado na demanda do sistema (Barboza, 2001). O problema de otimização é formulado com restrições de igualdade e desigualdade, e sua resolução é feita através do método de Newton.

Na simulação do sistema-teste IEEE57, a convergência foi alcançada em 9 iterações, com um tempo de processamento de 2,04 segundos, sendo este o menor tempo de processamento obtido em todos os casos relativos a este sistema-teste.

Os índices de corte de demanda foram iguais a 39,34%, sendo esta a mesma solução obtida pelo método MCCDE-RC. Nesta metodologia, os índices de corte de carga ativa e reativa serão sempre iguais, pois a solução ótima relativa ao parâmetro de corte de carga que determina a quantidade de demanda ativa e reativa a ser suprimida do sistema tende a corresponder a um ponto de mínimo global. Desta forma, a mesma porcentagem de demanda ativa e reativa será suprimida do sistema. O corte de carga total obtido neste caso foi de 1476,12 MW e 397,00 Mvar.

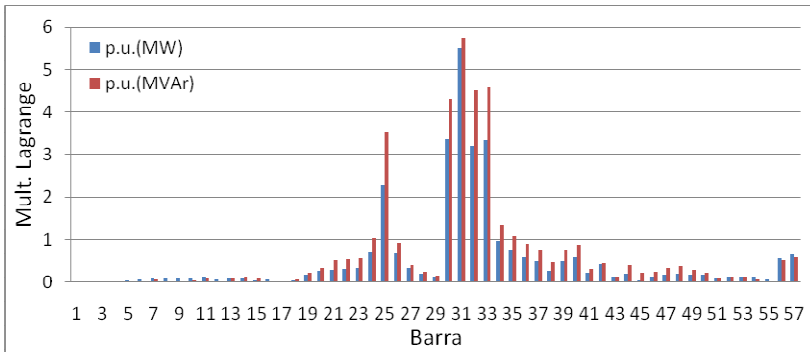


Figura 10 – Multiplicadores de Lagrange de cada barra, método de MCCDE, sistema IEEE57.

A Figura 10 apresenta a magnitude dos multiplicadores de Lagrange referentes à potência ativa (colunas em azul) e à potência reativa (colunas em vermelho). Analisando estes multiplicadores, constatou-se que a barra 31 ($\lambda_p = 5,5048$ e $\lambda_q = 5,7274$) é aquela que exerce maior influência no ajuste da demanda, e portanto corresponde às restrições de igualdade com maior parcela de responsabilidade no ajuste da demanda.

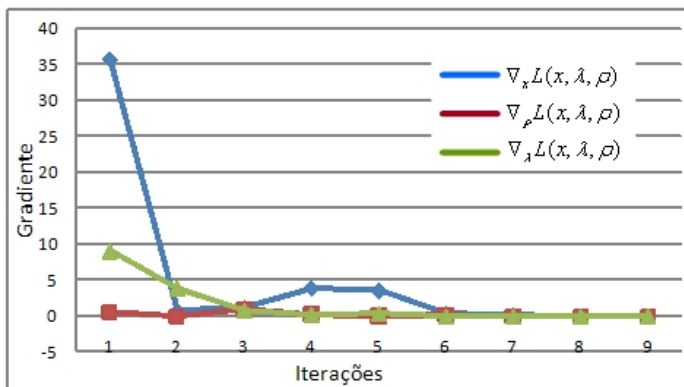


Figura 11 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE, sistema IEEE57.

A Figura 11 mostra o gráfico das condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo. Analisando as três curvas do gráfico, percebe-se que a partir da sexta iteração, o valor do gradiente começa a aproximar-se de zero, indicando a proximidade da convergência. A mesma constatação pode ser feita quando a evolução do parâmetro ρ é analisada na Figura 12 onde, a partir da sexta iteração, o valor atribuído a ρ já é próximo do valor final, correspondente a 6,269.

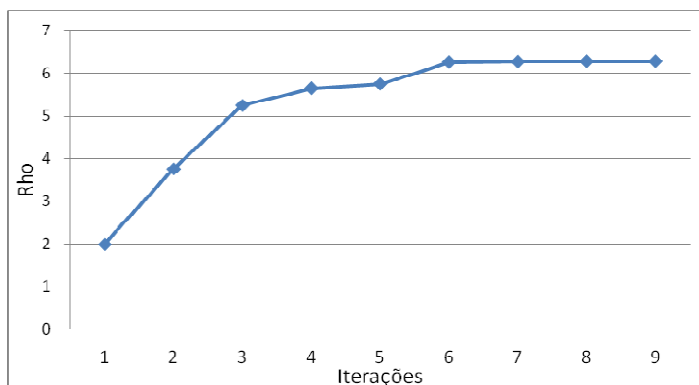


Figura 12 – Evolução do parâmetro ρ no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE, sistema IEEE57.

Observa-se que, o corte de carga é calculado de acordo com as seguintes relações:

$$P_d = P_{d0} - \left(\frac{\rho^2}{100} P_{d0} \right) \quad (4.3)$$

$$Q_d = Q_{d0} - \left(\frac{\rho^2}{100} Q_{d0} \right) \quad (4.4)$$

onde P_d e Q_d são os valores da demanda ajustada e, P_{d0} e Q_{d0} são os valores da demanda inicial. Assim, utilizando o valor ótimo de $\rho = 6,269$, os valores de demanda ajustada serão iguais a 2276,28 MW e 612,20 Mvar.

4.2.3 Mínimos Resíduos por Região de Confiança

A metodologia de Mínimos Resíduos por Newton, abordada anteriormente, foi adaptada de forma a incluir o conceito de região de confiança, passando a ser chamada neste trabalho de método de Mínimos Resíduos por Região de Confiança. Como foi visto anteriormente, uma restrição de desigualdade é incluída ao sub-problema original com o objetivo de limitar o tamanho de cada passo no decorrer do processo iterativo, a fim de evitar a divergência do mesmo.

Utilizando-se do sistema-teste IEEE57, a convergência do processo iterativo correspondente à aplicação desta metodologia foi alcançada em 10 iterações, com um tempo processamento de 2,56 segundos, um pouco superior ao obtido pelo método de MRN. Este maior tempo de processamento é devido pelo maior esforço computacional exigido pela metodologia MR-RC, uma vez que cálculos adicionais, envolvendo inclusive matrizes de espaço nulo e transformações ortogonais, são necessários.

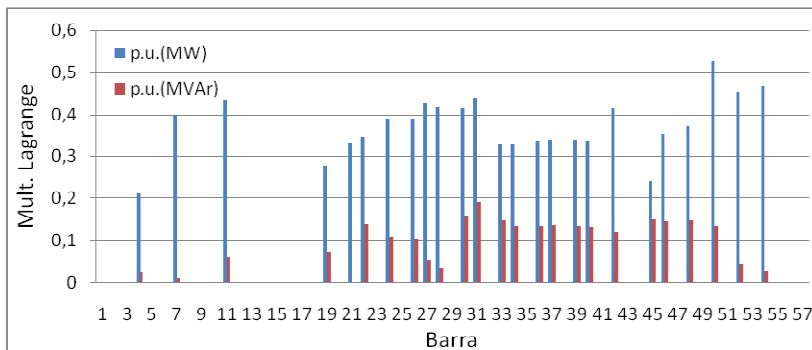


Figura 13 – Multiplicadores de Lagrange em cada barra, método de MR-RC, sistema IEEE57.

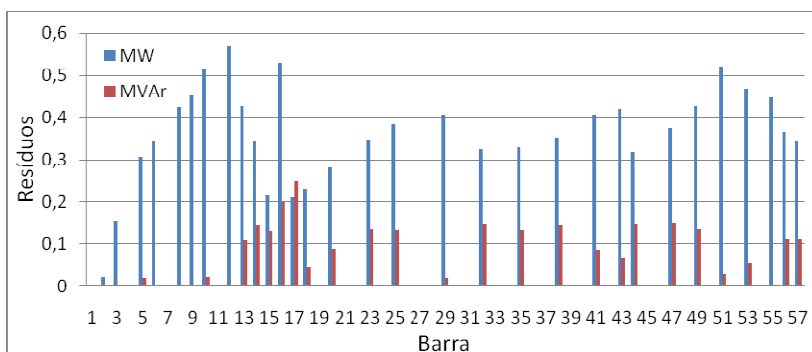


Figura 14 – Desbalanços de potência ativa e reativa nas barras, método de MR-RC, sistema IEEE57.

Analisando os valores de magnitude dos multiplicadores de Lagrange e desbalanços de potência nas Figuras 13 e 14, respectivamente, percebe-se que estes são exatamente os mesmos obtidos através da metodologia de MRN, apresentados nas Figuras 7 e 8. Assim, as barras 50 e 31 continuam sendo aquelas que exercem maior influência no ajuste da demanda ativa e reativa, respectivamente, e a barra 12 continua sendo a mais afetada pelo ajuste da demanda ativa.

A Figura 15 mostra os gráficos das condições de otimalidade no decorrer do processo iterativo. O primeiro gráfico apresenta a derivada da função Lagrangeana em relação às variáveis de controle, enquanto o segundo gráfico mostra a derivada da função Lagrangeana em relação aos multiplicadores de Lagrange. Analisando os gráficos, nota-se que valor do gradiente é perceptivelmente reduzido até a quinta iteração. A

partir deste ponto, a convergência é alcançada sem grande redução na magnitude deste vetor.

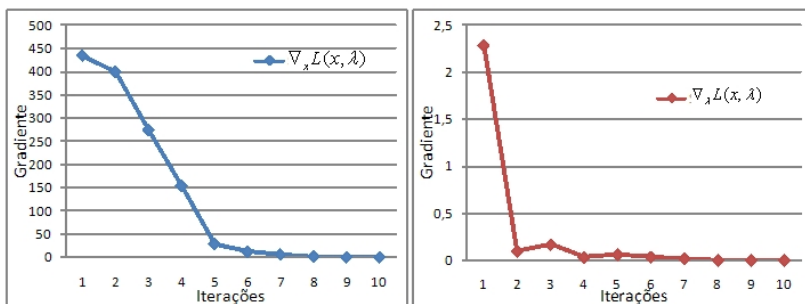


Figura 15 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MR-RC, sistema IEEE57.

A Figura 16 apresenta os valores das reduções verdadeira e predita da função de mérito, no decorrer do processo iterativo. Percebe-se que, os valores das duas reduções são relativamente próximos durante todo o processo iterativo, ou seja, a razão entre eles é muito pequena e, a partir da quinta iteração, estes começam a aproximar-se de zero.

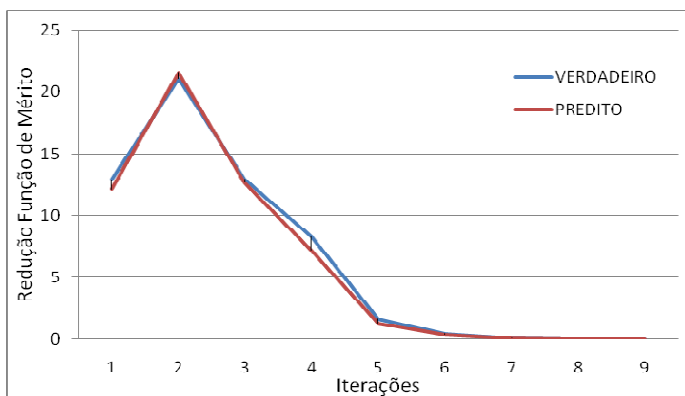


Figura 16 – Valores da redução verdadeira e predita no decorrer do processo iterativo, método de MR-RC, sistema IEEE57.

Conforme anteriormente mencionado, o correto ajuste do raio da região de confiança é de suma importância para o bom funcionamento do método e a convergência do processo iterativo e, para tal alguns critérios são utilizados para o ajuste deste.

Sabe-se que, na etapa de ajuste do raio da região de confiança a cada iteração, duas situações podem acontecer: o raio da região de confiança deve ser reduzido se o ponto candidato calculado x_{k+1} não proporcionar uma redução na função de mérito; o raio da região de confiança deve ser aumentado ou mantido (segundo critério estabelecido), em casos onde o ponto candidato x_{k+1} proporcionar uma redução na função de mérito.

Desta forma, sabendo-se que a razão entre os valores verdadeiro e predito da função de mérito é usada como parâmetro para determinação do raio da região de confiança, a Figura 17 mostra o comportamento do mesmo no decorrer do processo iterativo para o método MR-RC, uma vez que a razão entre $\Delta\phi_v$ e $\Delta\phi_p$ é relativamente pequena. Percebe-se também que, o raio da região de confiança tende a aumentar à medida que o processo iterativo se aproxima do ponto ótimo.

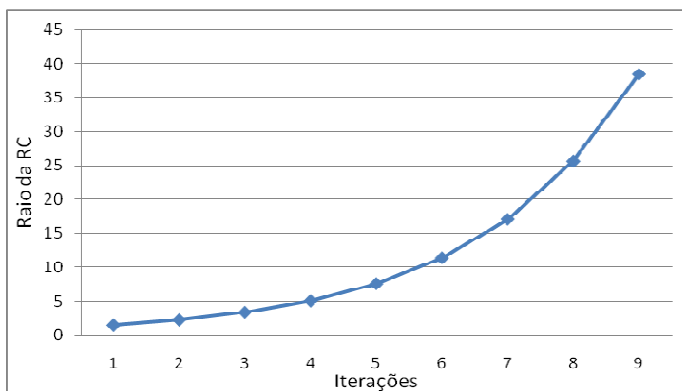


Figura 17 – Comportamento do raio da RC durante o processo iterativo, método de MR-RC, sistema IEEE57.

4.2.4 Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada por Região de Confiança

Da mesma forma que o método de Mínimo Resíduo por Região de Confiança anteriormente abordado, a metodologia de Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada por Região de Confiança também é uma adaptação de outro método, de Mínimo Corte de Carga com Direção Especificada. Neste caso, o método MCCDE já é modelado

com restrições de desigualdade e, a metodologia MCCDE-RC acrescenta mais uma restrição de desigualdade equivalente ao raio da região de confiança.

Visando analisar o desempenho desta metodologia, o processo iterativo correspondente ao sistema-teste em questão convergiu em 7 iterações, com um tempo processamento de 2,94 segundos, um pouco superior ao obtido pelo método MCCDE.

A Figura 18 apresenta a magnitude dos multiplicadores de Lagrange. Percebe-se que estes apresentam os mesmos valores obtidos pelo método de MCCDE, os quais foram apresentados na Figura 10. Assim, a barra 31, neste caso, também é a que exerce maior influência no ajuste da demanda.

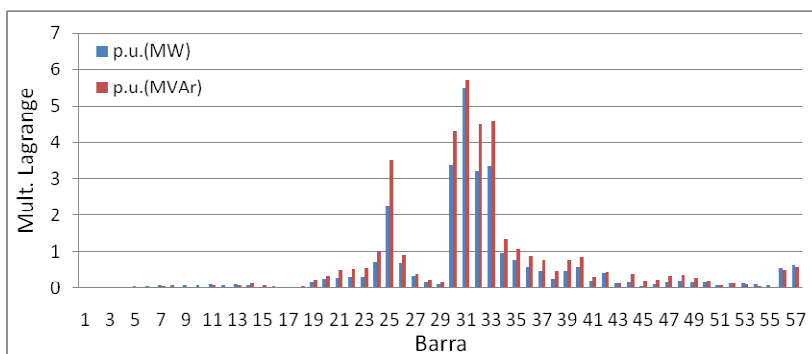


Figura 18 – Multiplicadores de Lagrange de cada barra, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57.

A Figura 19 apresenta o gráfico das condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, onde é perceptível que, a partir da quinta iteração, o valor do gradiente começa a se tornar desprezível. Observando-se o parâmetro ρ na Figura 20, também é notório que, a partir da quinta iteração este já apresenta valor próximo ao ponto ótimo, atingido na iteração 7.

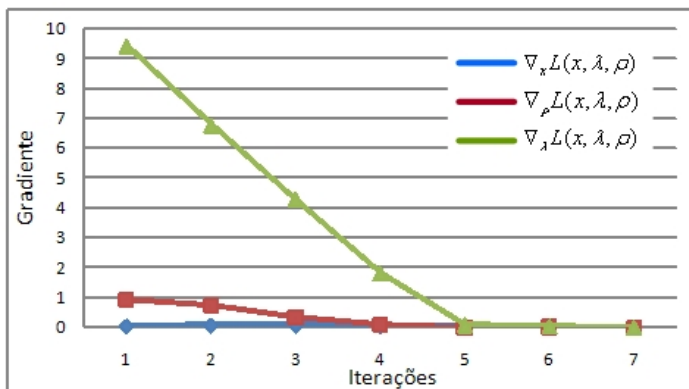


Figura 19 – Condições de otimalidade de primeira ordem no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57.

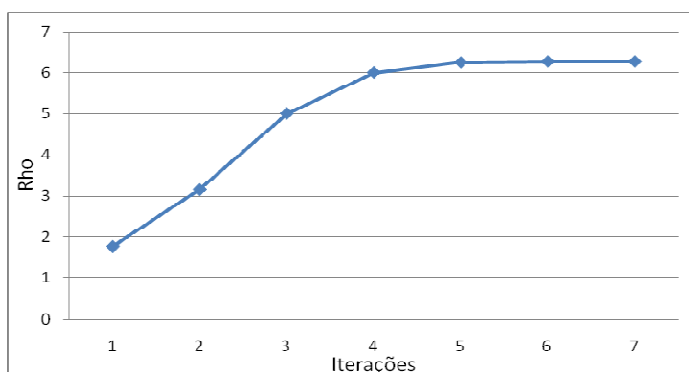


Figura 20 – Evolução do parâmetro ρ no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57.

A Figura 21 apresenta os valores das reduções verdadeira e predita da função de mérito, no decorrer do processo iterativo. Neste caso, percebe-se que, as duas reduções apresentam valores bastante distintos até a quinta iteração, indicando que, até este ponto, a redução predita não representa uma aproximação tão boa da função. Na sexta iteração, os valores das duas reduções já se tornam bastante próximo, sendo satisfatório para a convergência do método.

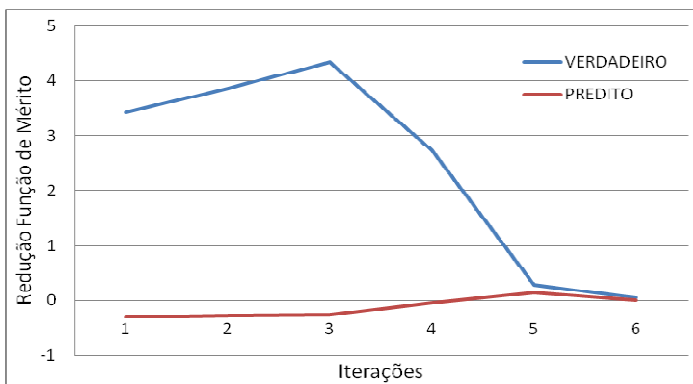


Figura 21 – Valores da redução verdadeira e predita no decorrer do processo iterativo, método de MCCDE-RC, sistema IEEE57.

4.3 ANÁLISE FUNCIONAL DOS RESULTADOS

Nesta seção, quatro sistemas-teste são utilizados para uma análise funcional das metodologias implementadas. As Tabelas III a VI apresentam os dados obtidos nas simulações, equivalentes ao número de iterações, tempo de processamento e quantidade de carga cortada, para sistemas IEEE14, IEEE30, IEEE118 e IEEE300, respectivamente.

Analisando de uma forma preliminar as quatro tabelas, algumas constatações gerais e podem ser feitas:

- O tempo de processamento das metodologias que utilizam região de confiança é consideravelmente maior que o tempo de processamento das metodologias resolvidas por Newton, pois neste caso não é necessário determinar a solução de mínima norma e os multiplicadores duais (o que envolve o cálculo de produtos matriciais JJ^t) e a matriz de espaço nulo;
- Os índices de corte de carga demonstram que o corte de demanda ativa obtido pelas metodologias de direção especificada – com e sem a região de confiança – são superiores aos obtidos pelas metodologias de mínimo resíduo, devido a esta modelagem não considerar a direção em que a carga está variando.
- As metodologias de direção especificada – com e sem a região de confiança – utilizam um parâmetro ρ que

multiplica as demandas ativa e reativa do sistema com intuito de reduzir a carga. Desta forma, a mesma porcentagem de carga ativa e reativa é cortada e, conseqüentemente, os valores atribuídos aos índices de corte de carga icc_A e icc_R são numericamente iguais em cada caso simulado, tanto no método de MCCDE como no MCCDE-RC. Nos métodos de mínimo resíduo – por Newton e por região de confiança –, os índices de corte de carga ativa e reativa apresentam valores distintos.

A seguir, os resultados das simulações de cada sistema-teste serão discutidos.

4.3.1 Sistema-teste IEEE14

O sistema-teste IEEE14 foi utilizado nas simulações com um fator de carga igual a 4,8, resultando em uma demanda base igual a 1.243,20 MW e 352,80 Mvar.

As metodologias de MRN e MR-RC ajustaram a carga para 1.140,94 MW e 318,70 Mvar, o que equivale a um corte de carga de 101,26 MW e 34,10 Mvar, enquanto a metodologia MCCDE-RC ajustou a carga para 1.060,61 MW e 300,98 Mvar, equivalente a um corte de carga de 182,59 MW e 51,82 Mvar.

Tabela III – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE14.

	Número de iterações	Tempo de processamento (s)	Índices de corte (%)	
			icc_A	icc_R
MRN	8	1,23	8,22	9,66
MCCDE	16	1,27	50,14	50,14
MR-RC	10	2,10	8,22	9,66
MCCDE-RC	7	2,29	14,68	14,68

Durante a simulação utilizando a metodologia MCCDE, ocorreu um problema de convergência comum na utilização do método de Newton. Em casos onde o sistema apresenta condições iniciais relativamente distantes do ponto ótimo, o método de Newton pode apresentar divergência, ou convergir para um ponto de mínimo local, oferecendo uma solução errônea.

Isto ocorre devido ao fato de o valor ótimo dos multiplicadores de Lagrange ser construído passo a passo e, portanto, a convergência do processo iterativo depende das condições iniciais, diferente dos métodos que usam região de confiança, onde o valor ótimo destas variáveis é calculado a cada iteração a partir dos valores correntes das variáveis do fluxo de potência, não dependendo do valor inicial.

Assim, a carga ajustada apresentada pelo método de MCCDE para o sistema IEEE14 foi 619.76 MW e 175.88 Mvar, resultando em um corte de carga igual 623,44 MW e 176,92 Mvar, valores estes consideravelmente superiores aos obtidos pela metodologia que utiliza região de confiança.

Assim, verifica-se que, a metodologia que utiliza região de confiança garante a obtenção de uma solução mais satisfatória para o problema, independente das condições iniciais em que a rede elétrica se encontra.

4.3.2 Sistema-teste IEEE30

A Tabela IV apresenta os resultados das simulações realizadas com o sistema-teste do IEEE de 30 barras, onde foi utilizado um fator de carga igual a 3,9, resultando em uma carga base de 1.105,26 MW e 492,18 Mvar. As metodologias de MRN e MR-RC ajustaram a carga para 962,57 MW e 289,62 Mvar, o que equivale em um corte de carga igual 142,69 MW e 202,56 Mvar.

Tabela IV – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE30.

	Número de iterações	Tempo de processamento (s)	Índices de corte (%)	
			icc_A	icc_R
MRN	13	1,42	12,91	41,16
MCCDE	12	1,87	24,35	24,34
MR-RC	9	4,26	12,91	41,16
MCCDE-RC	9	4,42	24,34	24,34

Já as metodologias MCCDE e MCCDE-RC ajustaram a carga para 836,16 MW e 372,35 Mvar, equivalente a um corte de carga de 269,10 MW e 119,83 Mvar. O corte de demanda ativa realizado pelas metodologias MCCDE e MCCDE-RC é equivalente a 188,59% do obtido pelas metodologias MRN e MR-RC.

4.3.3 Sistema-teste IEEE118

Para as simulações realizadas com o sistema-teste de 118 barras, um fator de carga igual a 2,5 foi utilizado, resultando em uma demanda base igual a 9.170,00 MW e 3.595,00 Mvar, onde os resultados são apresentados na Tabela V.

Tabela V – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE118.

	Número de iterações	Tempo de processamento (s)	Total de carga cortada	
			icc_A	icc_R
MRN	9	2,08	10,95	0,66
MCCDE	6	2,19	23,07	23,07
MR-RC	13	5,62	10,95	0,66
MCCDE-RC	16	4,50	23,07	23,07

As metodologias de MRN e MR-RC ajustaram a carga para 8.166,00 MW e 3.571,15 Mvar, o que equivale em um corte de carga igual 1.004,00 MW e 23,85 Mvar. Já as metodologias MCCDE e MCCDE-RC ajustaram a carga para 7.054,26 MW e 2.765,55 Mvar, equivalente a um corte de carga de 2.115,67 MW e 829,43 Mvar.

Com isso, o corte de carga ativa realizado pelas metodologias MCCDE e MCCDE-RC equivale a 210,73% do corte de carga ativa obtido pelas metodologias MRN e MR-RC.

4.3.4 Sistema-teste IEEE300

Nas simulações utilizando o sistema-teste de 300 barras, cujos resultados são apresentados na Tabela VI, o fator de carga utilizado foi igual a 1,06, obtendo-se uma demanda base equivalente a 24.641,67 MW e 8.255,25 Mvar. Desta forma, as metodologias de MRN e MR-RC ajustaram a carga para 24.266,90 MW e 8.241,87 Mvar, o que equivale em um corte de carga igual 374,77 MW e 13,38 Mvar. Já as metodologias MCCDE e MCCDE-RC ajustaram a carga para 24.094,88 MW e 8.072,07 Mvar, equivalente a um corte de carga de 546,79 MW e 183,18 Mvar.

Tabela VI – Resultados das simulações para o sistema-teste IEEE300.

	Número de iterações	Tempo de processamento (s)	Total de carga cortada	
			icc_A	icc_R
MRN	16	3,49	1,52	0,16
MCCDE	12	5,00	2,21	2,21
MR-RC	18	11,09	1,52	0,16
MCCDE-RC	16	50,11	2,21	2,21

No caso do sistema-teste de 300 barras, o corte de demanda ativa realizado pelas metodologias MCCDE e MCCDE-RC equivale a 145,90% do corte de carga ativa obtido pelas metodologias MRN e MR-RC.

4.4 CONCLUSÕES

Com a realização das simulações, constatou-se que cada um dos métodos testados apresenta tanto vantagens como desvantagens.

Viu-se que, apesar de apresentarem um baixo esforço computacional e, conseqüentemente um menor tempo de processamento, os algoritmos resolvidos pelo método de Newton dependem das condições iniciais do sistema para a correta convergência do processo iterativo.

A resolução dos algoritmos via região de confiança se dá em um tempo de processamento maior, exigindo um maior esforço computacional devido aos cálculos adicionais envolvendo matrizes de espaço nulo e transformações ortogonais. No entanto, a metodologia de região de confiança apresenta maior robustez numérica, diminuindo a dependência das condições iniciais, ou seja, garante a obtenção de uma solução, caso esta exista, independente das condições em que o sistema se encontra no início do processo iterativo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como foco principal o estudo das metodologias utilizadas para a otimização do corte de carga em situações onde as equações da rede elétrica não apresentam solução. Para tal, duas metodologias encontradas na literatura foram utilizadas: mínimos resíduos por Newton e mínimo corte de carga com direção especificada.

Viu-se que o algoritmo de mínimos resíduos por Newton é modelado como um problema de otimização utilizando restrições de igualdade correspondentes ao balanço de potência. Já o algoritmo de mínimo corte de carga com direção especificada visa minimizar o corte de carga em uma direção pré-estabelecida, utilizando restrições de igualdade e desigualdade. Ambos os algoritmos são resolvidos via método de Newton.

Sabendo que problemas de FPO como este exigem convergência global, ou seja, a capacidade de obtenção de uma solução, caso esta exista, a partir de qualquer ponto inicial, foi proposta a utilização do método de Região de Confiança para a resolução dos problemas de mínimo resíduo e mínimo corte de carga com direção especificada.

Foi visto que, os métodos que utilizam da região de confiança consistem basicamente na minimização de uma aproximação quadrática da função objetivo não-linear, dentro de uma região fechada, chamada de região de confiança. Assim, a cada iteração, uma aproximação da função objetivo é resolvida dentro da RC, garantindo que o ponto ótimo seja encontrado.

Para limitar a região de confiança a cada iteração, uma restrição de desigualdade é incluída aos sub-problemas quadráticos, o que torna a resolução do mesmo mais complicada. Desta forma, a utilização do método de região de confiança apresentou um esforço computacional relativamente maior que a resolução do problema via método de Newton.

Por fim, a metodologia de região de confiança foi testada em diferentes sistemas e, os resultados obtidos comprovaram a robustez do método, atingindo os objetivos almejados.

5.1 CONCLUSÕES

Do trabalho realizado, algumas conclusões podem ser tiradas tanto da etapa de implementação do método de região de confiança,

quanto da análise dos resultados obtidos através de simulações. Sobre a etapa implementação, concluiu-se que:

- Cada uma das formulações abordadas apresenta algumas vantagens e desvantagens. A formulação de mínimos resíduos possibilita que a porcentagem de carga ativa e reativa cortada seja diferente em cada barra, também permitindo selecionar determinadas áreas do sistema como prioritárias, modelando-as como barras de injeção nula e, assim evitando o corte de carga nas mesmas. Já a formulação do problema de direção especificada, por ser modelada com restrições de desigualdade, possibilita atender os limites operacionais do sistema, porém, por utilizar um único fator para a parametrização das demandas, este método não permite um controle sobre cada carga cortada.
- Em comparação com o método de Newton, onde o sub-problema a ser resolvido a cada iteração apresenta somente restrições de igualdade, o método de região de confiança acrescenta uma restrição de desigualdade ao mesmo sub-problema, tornando a resolução deste consideravelmente mais complicada. Assim, a implementação do método de RC também envolve o cálculo de mínima norma Euclidiana, multiplicadores duais e matriz de espaço nulo, o que exige um esforço computacional superior.
- O correto ajuste do raio da região de confiança, o qual tem a função de delimitar a região onde uma aproximação da função objetivo é resolvida, é de extrema importância para o funcionamento ideal do método. Na literatura, são encontrados diversos algoritmos para este ajuste, mas todos são baseados na heurística, não havendo um algoritmo que possa ser implementado em uma situação muito generalizada. Desta forma, a implementação do ajuste do raio da RC utilizou um ajuste fino, resultando em um bom funcionamento para os sistemas testados. No entanto, este pode não apresentar o funcionamento ideal para outros casos.
- A opção pela utilização de transformações ortogonais para o cálculo da matriz de espaço nulo teve o intuito de evitar problemas numéricos decorrentes do cálculo de produtos matriciais JJ' , uma vez que, de uma forma geral, uma

transformação ortogonal é numericamente estável. A transformação ortogonal permitiu dividir a matriz T em duas sub-matrizes T_1 e T_2 , para que T_1 fosse utilizada no cálculo das estimativas dos multiplicadores de Lagrange e na solução de mínima norma Euclidiana das restrições de igualdade do problema original, e T_2 , que corresponde a uma matriz nula, pôde ser utilizado como a matriz de espaço nulo Z da solução geral.

Em relação ao desempenho das metodologias, as seguintes conclusões foram obtidas:

- O tempo de processamento relativo à resolução dos algoritmos via região de confiança, em todos os casos foi superior ao método de Newton, uma vez que este apresenta um maior esforço computacional devido aos cálculos adicionais envolvendo matrizes de espaço nulo e transformações ortogonais.
- A metodologia de região de confiança diminui a dependência das condições iniciais. Isto foi comprovado em simulações do sistema-teste IEEE14, onde o método de Newton levou a uma solução equivocada, enquanto o método de RC ofereceu a solução correta, indicando uma maior robustez numérica.

5.2 SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Findo este trabalho, sugerem-se algumas possibilidades de ampliação dos estudos realizados, a fim de dar continuidade ao mesmo. São elas:

- Ajuste de carga com redespatcho de potência;
- As formulações dos problemas de corte de carga utilizaram restrições de igualdade, referentes ao balanço de potência, e de desigualdade, referentes à geração de potência reativa. Desta forma, sugere-se a inclusão de restrições adicionais a estas formulações, como magnitude da tensão, fluxos de potência, etc., a fim de testar a eficácia do método quando submetido a restrições mais severas.
- Os algoritmos utilizados foram desenvolvidos em coordenadas polares, no entanto, seria interessante a

formulação destes em coordenadas retangulares, uma vez que esta permite uma melhor visualização da direção de busca no decorrer do processo iterativo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Amorim E. A. Fluxo de Potência Ótimo em Sistemas Multimercados Através de um Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo. Universidade Estadual Paulista, 2006.

Barboza L. V. Análise e Desenvolvimento de Metodologias Corretivas para a Restauração da Solução das Equações da Rede Elétrica. Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis, 2001.

Barboza L. V. e Salgado R. S. Restoring Solutions for Unsolvble Cases Via Minimum Load Shedding for a Specified Direction. 22nd IEEE Power Engineering Society International Conference on Power Industry Computer Applications, 2001. - Vols. p. 374-379.

Bazaraa M. S., Sherali H. D. e Shetty C. M. Nonlinear Programming Theory and Algorithms. John Wiley & Sons, 2006.

Castro C. A. e Braz L. M. Uma Nova Abordagem para a Solução do Problema de Fluxo de Carga pelo Método de Newton com Otimização de Passo. SBA Controle & Automação, 1997. - Vols. 8, p. 121-133.

Chan S. M. e Schweppe F. C. A Generation Reallocation and Load Shedding Algorithm. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1979. - Vols. PAS-98, No.1, 26-34.

Costa A. S., Salgado R. e Haas P. Globally Convergent State Estimation Based on Givens Rotations. Bulk Power System Dynamics and Control - VII. Revitalizing Operational Reliability, iREP Symposium. - Charleston, SC, 2007.

Dias M. M. Estudo de Corte de Carga Utilizando Fluxo de Potência Ótimo. Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

Dommel H. W. e Tinney W. F. Optimal Power Flow Solutions. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1968. October, Vol. PAS-87, No. 10, p. 1866-1876.

Granville S. e Mello J. & Melo, A. Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability. IEEE Transactions on Power Systems, 1996. - Vols. 11, No. 2, p. 1096-1103.

Hajdu L. P., Peschon J. e Tinney W. F. & Piercy, D. S. Optimum Load-Shedding Policy for Power Systems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1968. - Vols. PAS-87, No. 3, p. 784-795.

Iwamoto S. e Tamura Y. A Load Flow Calculation Method for Ill-Conditioned Power Systems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981. Vols. PAS-100, No. 4, p. 1736-1743.

Lenzi J. R. Estratégias para Corte de Carga Utilizando fluxo de Potência Ótimo com Relaxamento de Restrições. Universidade Federal do Paraná, 2007.

Lyche T. University of Oslo. – November, 2006. [Online] - 27 de Outubro de 2011. - <http://heim.ifi.uio.no/~tom/book2006.pdf>.

Melo N. A. F. e Chávez J. R. A. Implementação de um Algoritmo para o Problema de Fluxo de Potência Ótimo Utilizando o Método Sequencial Quadrático. Abepro, 1998. [Online] 05 de Outubro de 2011. - http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGETP1998_ART109.pdf.

Mostafa M. A. [et al.] A Computational Comparison of Steady State Load Shedding Approaches in Electric Power Systems. IEEE Transactions on Power Systems, 1997. Vols. 12, No. 1, p.30-37.

Moyano C. F. e Salgado R. S. Soluções Ajustadas do FPO via Modelo Parametrizado. Revista Controle & Automação, 2006. - Vols. Vol.17 no.2, p. 127-137.

Nocedal J. e Wright S. J. Numerical Optimization. Springer, 1999.

Overbye T. J. A Power Flow Measure for Unsolvable Cases. IEEE Transactions on Power Systems, 1994. Vols. 9, No. 3, p. 1359-1365.

Pajic S. e Clements K.A. Globally convergent state estimation via the trust region method. Power Tech Conference Proceedings, IEEE . Bologna, 2003. 6 pp. - Vol. Vol.1 .

Plantenga T. D. Large-scale nonlinear constrained optimization using trust regions. Evanston, IL, USA. Northwestern University, 1994.

Ruszczynski A. Nonlinear Optimization. Princeton University Press, 2006.

Salgado R. S. e Barboza L. V. Corrective Load Adjustments for Unsolvable Power Fows. Artigo aceito para apresentação na Asia-Pacific Power and Engineering Conference – APPEEC, 2012. Shanghai, China.

Shah S. e Shahidehpour S. M. A Heuristic Approach to Load Shedding Scheme. IEEE Transactions Power Systems, October 1989, Vol. 4, No. 4, 1421-1429.

Sousa A. A. e Torres G. Globally Convergent Optimal Power Flow by Trust Region Interior Point Methods. ieeelpt, 2007.

Sousa A. A. Fluxo de Potência Ótimo Globalmente Convergente Utilizando Métodos de Pontos Interiores com Estratégias de Região de Confiança. Universidade Federal de Pernambuco, 2008.

Subramanian D. K. Optimum Load Shedding Through Programming Techniques. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1971. Vols. PAS-90, No. 1, p. 89-95.

Tamura Y., Mori H. e Iwamoto S. Relationship Between Voltage Instability and Multiple Load Flow Solutions in Electric Power Systems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1983. Vols. PAS-102, No. 5, p. 1115-1125.

Tinney W. F. e Hart C. E. Power Flow Solution by Newton's Method. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1967. - Vols. Vol. PAS-86, No. 11, p. 1449-1460.

Wang H. On Computational Issues of Market-Based Optimal Power Flow. IEEE Trans. on Power Systems, 2007. 22(3): 1185–1193.

ANEXO A – ALGORITMO DO MÉTODO DE REGIÃO DE CONFIANÇA UTILIZANDO $JZ=0$

A seguir, um algoritmo do método de região de confiança é apresentado.

Dados os valores iniciais de x_0 , Δ e λ :

1. Determinar

$$W = \nabla_{xx} L(x, \lambda)$$

e

$$J = \frac{\partial g(x_k)}{\partial x};$$

2. Calcular a matriz de espaço nulo Z das linhas da matriz J , isto é:

$$JZ = 0;$$

3. Encontrar a solução de mínima norma Euclidiana v , resolvendo o sub-problema vertical de (3.33) por:

$$v = -J^t (JJ^t)^{-1} g(x_k);$$

4. Resolver o sub-problema horizontal de (3.34):

- a. Encontrar u resolvendo (3.37) pelo método de *Dogleg*;
- b. Encontrar o incremento Δx_k por:

$$\Delta x_k = v + Zu$$

5. Calcular o ponto x_{k+1} e os multiplicadores de Lagrange λ por:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$$

$$\lambda = (JJ^t)^{-1} J(\nabla f(x) + Wv)$$

6. Obter as reduções verdadeira $\Delta \phi_v$ e predita $\Delta \phi_p$ da função de mérito resolvendo (3.41) e (3.42).

7. Utilizar a razão entre a redução verdadeira e predita da função de mérito como critério de aceitação do ponto candidato x_{k+1} .

- a. Se o ponto candidato for rejeitado, o raio da região de confiança Δ_k é diminuído.
- b. Se o ponto candidato for aceito, o raio da região de confiança Δ_k é aumentado ou mantido.

8. Repetir o processo iterativo até que a convergência seja alcançada.

ANEXO B – ALGORITMO DO MÉTODO DE REGIÃO DE CONFIANÇA UTILIZANDO TRANSFORMAÇÕES ORTOGONAIS

A seguir, um algoritmo do método de região de confiança utilizando transformações ortogonais é apresentado.

Dados os valores iniciais de x_0 , Δ_k e λ :

1. Determinar

$$W = \nabla_{xx} L(x, \lambda)$$

e

$$J = \frac{\partial g(x_k)}{\partial x}$$

2. Calcular a matriz de espaço nulo Z das linhas da matriz J , isto é:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} J^t = \begin{bmatrix} U \\ \Theta \end{bmatrix},$$

considerando $Z = T_2$.

3. Encontrar a solução de mínima norma Euclidiana v , resolvendo o sub-problema vertical de (3.33)

$$v = -T_1^t U^{-t} g(x_k)$$

4. Resolver o sub-problema horizontal de (3.34):

c. Encontrar u resolvendo (3.37) pelo método de *Dogleg*;

d. Encontrar o incremento Δx_k por:

$$\Delta x_k = -T_1^t U^{-t} g(x) + T_2 u$$

5. Calcular o ponto x_{k+1} e os multiplicadores de Lagrange λ por:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$$

$$\lambda = U^{-1} T_1^t \nabla_x f(x_k)$$

6. Obter as reduções verdadeira $\Delta \phi_v$ e predita $\Delta \phi_p$ da função de mérito resolvendo (3.41) e (3.42).

7. Utilizar a razão entre a redução verdadeira e predita da função de mérito como critério de aceitação do ponto candidato x_{k+1} .

a. Se o ponto candidato for rejeitado, o raio da região de confiança Δ_k é diminuído.

- b. Se o ponto candidato for aceito, o raio da região de confiança Δ_k é aumentado ou mantido.
- 8. Repetir o processo iterativo até que a convergência seja alcançada.